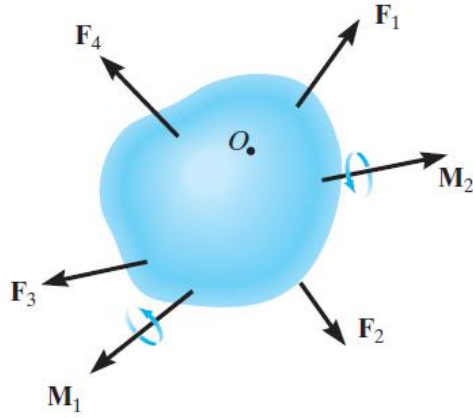


BÖLÜM 6. Rijit Cisimlerin Dengesi

5.1. Rijit Cisimlerin Denge Koşulu



Bu cisim, çevresindeki cisimlerden kaynaklanan yerçekimi, elektrik, manyetik veya temas kuvvetlerinin etkileri sonucu oluşan bir dış kuvvet ve çift moment sistemine maruz kalmaktadır. Cisim içindeki parçacıklar arasındaki etkileşimlerden kaynaklanan iç kuvvetler, bu kuvvetler eşit ancak zıt doğrultuda çiftler halinde olduğu için bu şekilde gösterilmemiştir. Önceki bölümdeki yöntemler kullanılarak, bir cisim üzerinde etkiyen kuvvet ve çift moment sistemi, cismin üzerinde veya dışında herhangi bir noktadaki eşdeğer sonuç kuvveti ve eşdeğer çift momente indirgenebilir. Eğer bu eşdeğer sonuç kuvveti ve çift momenti her ikisi de sıfıra eşitse, o zaman cisim denge durumunda demektir. Matematiksel olarak, bir cismin denge durumu şu şekilde ifade edilir,

$$\vec{F}_R = \sum \vec{F} = 0$$

$$(M_R)_O = \sum M_O = 0$$

$$\vec{F}_R = \sum \vec{F} = \mathbf{0}$$

$$(\mathbf{M}_R)_O = \sum \mathbf{M}_O = \mathbf{0}$$

Bu iki denklem sadece denge için gerekli değil, aynı zamanda yeterlidir de.

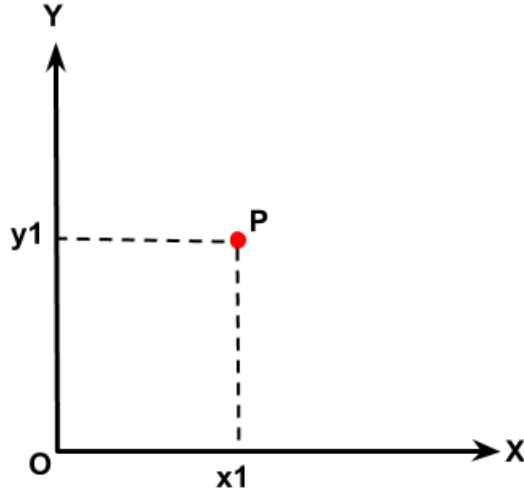
Denge denklemlerini uygularken, cismin rijit kalacağını varsayacağız. Gerçekte ise, tüm cisimler yük altında deformasyona uğrarlar. Bununla birlikte, çoğu mühendislik malzemesi olan çelik ve beton gibi malzemeler çok rijit olduğundan, deformasyonları genellikle çok küçüktür. Bu nedenle, denge denklemlerini uygularken, cismin yük altında deformasyona uğramadan rijit kalacağını genellikle varsayabiliriz ve herhangi önemli bir hatayı ortaya koymadan uygulayabiliriz. Bu şekilde, uygulanan kuvvetlerin yönelimi ve bir sabit referansa göre moment kolları, cisim yüklendikten önce ve sonra aynı kalır.

Düzlemde Denge

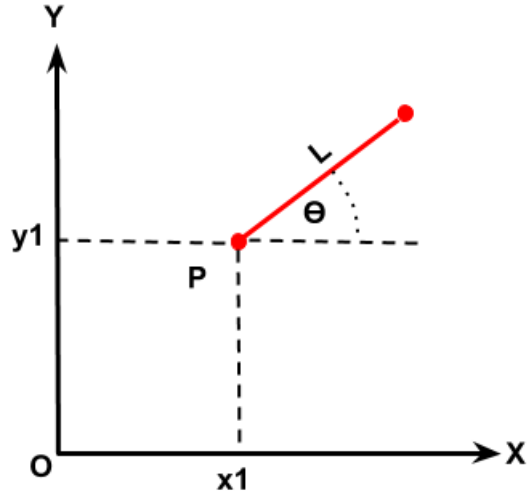
İlk olarak, bir rijit cisim üzerinde etkiyen kuvvet sisteminin tek bir düzlemde bulunduğu veya bu düzleme yansıtılabileceği durumu ele alacağız ve ayrıca, cisim üzerinde etkiyen herhangi bir çift momentin bu düzleme dik yönlendirildiğini düşüneceğiz. Bu tür bir kuvvet ve çift moment sistemi genellikle iki boyutlu veya aynı düzlemdeki kuvvet sistemi olarak adlandırılır.

5.2. Serbestlik Derecesi

Serbestlik derecesi (SD), bir rijit cismin uzaydaki pozisyonunu tanımlamak için gereken bağımsız değişkenlerin minimum sayısı olarak tanımlanır. Başka bir deyişle, DOF, bir cismin hareket edebileceği yönlerin sayısını tanımlar.



Bir düzlemde bir nokta P'nin konumunu tanımlamak/sınırlamak için, yalnızca x ve y ekseninde orijinden olan uzaklığı gereklidir. Bu nedenle, nokta P'nin bir düzlemde iki SD 'si vardır.



Bir doğru L'nin veya bir düzlemsel rijit cismin konumunu tanımlamak/sınırlamak için, orijinden olan uzaklığı x ve y -ekseninde ve x -ekseninden olan açı gereklidir. Bu nedenle, doğru L veya bir rijit cisim, 2D uzayda üç SD'ye sahiptir. Bir rijit cismin bir düzlemdeki konumu ve yönelimi, iki çevirme bileşeni ve bir dönme bileşeni tarafından tanımlanır, bu da üç SD'ye sahip olduğu anlamına gelir.

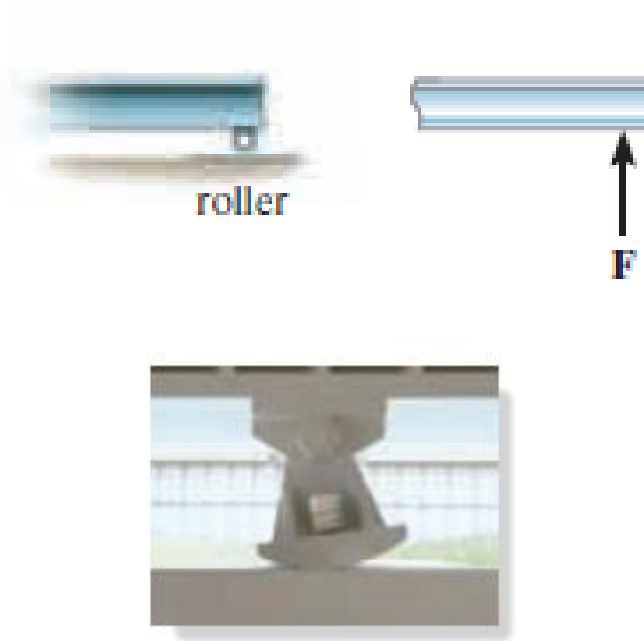
5.3. Serbest Cisim Diyagramları

Denge denklemlerinin başarılı bir şekilde uygulanması, cisim üzerinde etkiyen tüm bilinen ve bilinmeyen dış kuvvetlerin tam bir belirtilmesini gerektirir. Bu kuvvetlerin hesaba katılmasının en iyi yolu bir serbest cisim diyagramı çizmektir. Bu diyagram, cismin dış dünyasından izole edilmiş veya "serbest" olarak temsil edildiği, yani bir "serbest cisim" olduğu çizginin belirtilmiş şeklidir. Bu taslak üzerinde, denge denklemleri uygulandığında bu etkilerin hesaba katılabilmesi için çevredeki cisimlerin cisim üzerindeki tüm kuvvetleri ve çift momentleri göstermek gerekir. Bir serbest cisim diyagramı nasıl çizileceğinin tam anlamıyla anlaşılması, mekanik problemleri çözme açısından temel öneme sahiptir. Bir serbest cisim diyagramı nasıl çizileceğine dair bir prosedür sunmadan önce, rijit cisim denge problemlerinde karşılaşılan mesnet türlerini ilk olarak ele alacağız.

- Bir mesnet, bir cismi belirli bir yönde çevirme hareketini, karşı yönde bir kuvvet uygulayarak engeller.
- Bir mesnet, bir cismi belirli bir yönde dönmeyi, karşı yönde bir çift moment uygulayarak engeller.

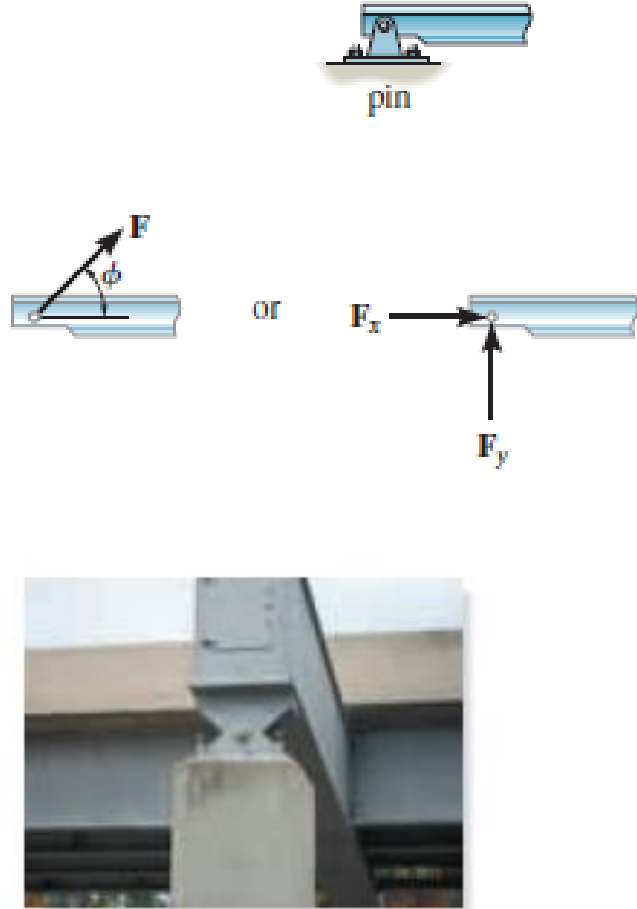
Mesnetler/bağlar bir cismin veya yapısal elemanın hareketini herhangi bir belirli yönde engellediği için, uygulandıkları noktalarda bir reaksiyon meydana gelecektir. Üç yaygın mesnet veya bağlantı türü vardır: silindirik, mafsal ve sabit. Tüm bu mesnetler bir yapı elemanının herhangi bir yerinde, yani uçlarda, orta noktalarda veya herhangi başka ara noktalarda bulunabilir.

i. Kayıcı Mafsal



Kayıcı mafsal, kayıcı mafsalın durmakta olduğu yüzey boyunca dönmeye ve hareket etmeye serbesttir. Yüzey yatay, dikey veya herhangi bir açıda eğimli olabilir. Sonuç olarak, oluşan reaksiyon kuvveti her zaman yüzeye dik ve yüzeyden uzak olan tek bir kuvvettir. Bu nedenle, kayıcı mafsallarda yalnızca bir bilinmeyen kuvvet bulunmaktadır. Kayıcı mafsallar genellikle uzun köprülerin bir ucunda bulunur. Bu, köprü yapısının sıcaklık değişiklikleriyle genişlemesine ve büzülmesine izin verir. Eğer köprü yapısı sabitlenmiş olsaydı, genişleme kuvvetleri köprüyü desteklerin kıyılarda kırılmasına yol açabilirdi. Kayıcı mafsallar ayrıca kauçuk yataklar, salıncağı, veya bir dizi dişli olarak da alınabilir; bunlar sınırlı miktarda yanlamasına hareketi mümkün kılmak için tasarlanmıştır.

ii. Mafsal



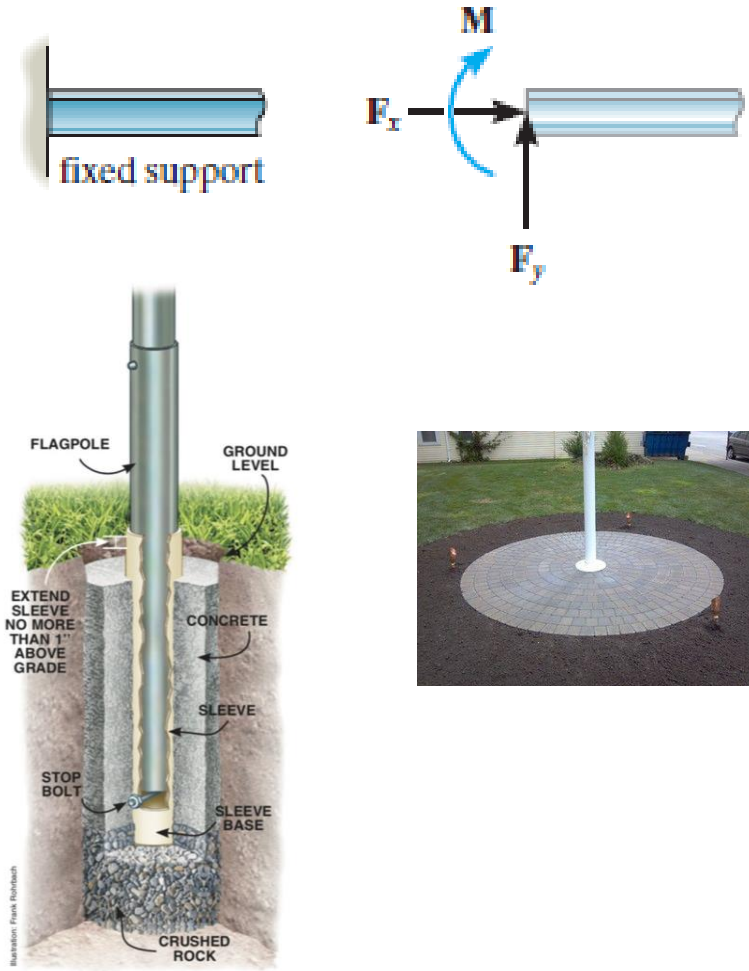
Mafsallı mesnet, hem dikey hem de yatay kuvvetlere direnebilir ancak bir momente direnemez. Yapısal elemanın dönmesine izin verecek, ancak herhangi bir yönde hareket etmesine izin vermeyecektir.

Bir mafsallı mesnetin temsili, hem yatay hem de dikey kuvvetleri içerir. Sonuç olarak, bir mafsallı mesnetin içinde iki bilinmeyen kuvvet bulunur.

Birçok bağlantının, gerçekte bir miktar momente direnmesine rağmen, mafsallı olarak kabul edilmesi varsayılır. Ayrıca, bir mafsallı bağlantının sadece bir yönde dönmesine izin verebileceği; diğer herhangi bir yönde dönme direnci sağladığı doğrudur. Diz, yalnızca bir yönde dönme izni veren ve yanlamasına harekete direnç sağlayan bir bağlantı olarak idealize edilebilir.

Tek bir mafsallı bağlantı genellikle bir yapıyı kararlı hale getirmek için yeterli değildir. Yapının dönmesini engellemek için belirli bir noktada başka bir mesnet sağlanmalıdır.

iii. Sabit Mesnet



Sabit mesnetler, dikey ve yatay kuvvetlere direnebilecekleri gibi bir momente de direnebilirler. Çünkü hem dönme hem de hareketi engelledikleri için, bunlar aynı zamanda rijit mesnetler olarak da bilinirler. Bu, bir yapının kararlı olması için yalnızca bir sabit mesnete ihtiyaç duyduğu anlamına gelir. Tüm üç denge denklemi karşılanabilir.

Bir beton tabana yerleştirilmiş bir bayrak direği, bu tür bir destek için iyi bir örnektir.

Sabit desteklerin temsili her zaman iki kuvveti (yatay ve dikey) ve bir momenti (üç bilinmeyen kuvvet) içerir.



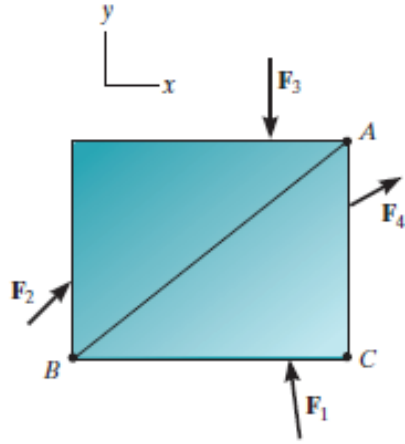
Bu üç mesnet dışında, parçacığın dengesinde görülen yaylar, kablolar, sürtünmesiz yüzeyler ve sürtünmesiz cisim temasları da o bölümde verilene benzer şekilde etki-tepki kuvveti oluştururlar.

Bunların dışında da mesnetler olabilir. Bu mesnetler için SCD çizilirken, cismin hareketinin engellendiği doğrultularda kuvvet (bilinmeyen) ve dönmesinin engellenmesi durumunda ise moment (bilinmeyen) tepki kuvvetleri oluşur.

NOTLAR:

- Bir denge problemi çözülmeden önce serbest cisim diyagramının çizilmesi gerekmektedir, böylece cisim üzerinde etkiyen tüm kuvvetler ve çift momentler dikkate alınabilir.
- Bir destek, bir cismin belirli bir yönde hareketi engelliyorsa, o zaman destek kaldırıldığında, o yönde bir kuvvet (bilinmeyen) uygulanır.
- Eğer dönme engellenmişse, o zaman destek kaldırıldığında, cisim üzerine bir moment (bilinmeyen) uygulanır.
- İç kuvvetler serbest cisim diyagramında hiçbir zaman gösterilmez çünkü bunlar eşit ancak zıt doğrultuda çiftler halinde oluşur ve dolayısıyla birbirini yok eder.
- Bir cismin ağırlığı dış kuvvetlerdendir ve etkisi cismin ağırlık merkezi G üzerinden etki eden tek bir sonuç kuvvetiyle temsil edilir.
- Tekil momentler serbest vektörler olduğu için serbest cisim diyagramında herhangi bir yere yerleştirilebilirler. Kuvvetler kayan vektörler olduğu için etki çizgileri boyunca herhangi bir noktada etki edebilirler.

5.4. Denge Denklemleri



Bir cisim, tümü xy düzleminde bulunan bir sistem tarafından etki gördüğünde, kuvvetler x ve y bileşenlerine ayrılabilir. Dolayısıyla, iki boyutta denge koşulları şunlardır:

$$\sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0, \quad \sum M_O = 0$$

Burada $\sum F_x$ ve $\sum F_y$, sırasıyla cisim üzerinde etki eden tüm kuvvetlerin x ve y bileşenlerinin cebirsel toplamlarını temsil eder. $\sum M_O$ ise, x-y düzlemine dik olan ve keyfi bir O noktasından geçen z eksenine göre çift momentlerin ve tüm kuvvet bileşenlerinin momentlerinin cebirsel toplamını temsil eder.

$$\sum F_x = 0, \quad \sum M_A = 0, \quad \sum M_B = 0$$

Bu denklemleri kullanırken, A ve B noktalarından geçen bir doğrunun y eksenine paralel olmaması gereklidir.

$$\sum M_A = 0, \quad \sum M_B = 0, \quad \sum M_C = 0$$

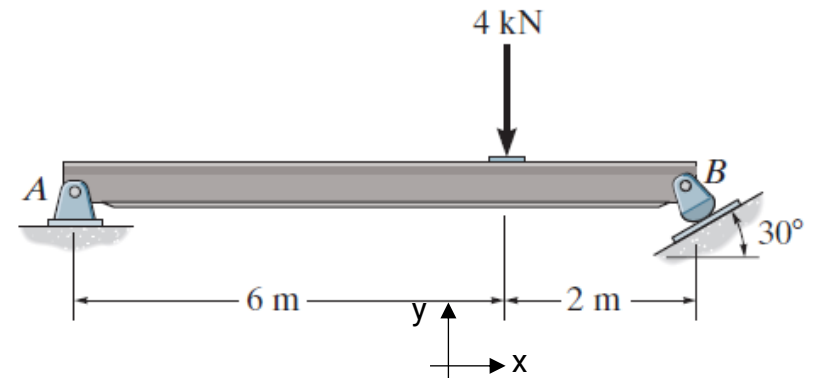
Burada, A, B ve C noktalarının aynı doğru üzerinde bulunmadığı gereklidir.

İşlem Adımları

- i. Herhangi uygun bir yönlendirme ile x ve y eksenini belirleyin. İyi bir yönlendirme seçmek çözümü daha basit hale getirir.
- ii. Tüm destekleri kaldırın ve cismin Serbest Cisim Diyagramını (SCD) çizin. Cisim üzerinde etkiyen tüm kuvvetleri ve tekil momentleri gösterin. Tüm yüklemeleri etiketleyin ve x veya y eksenine göre yönlerini belirtin. Bilinmeyen büyüklüğe sahip ancak etki çizgisi bilinen bir kuvvetin veya momentin yönü varsayılabilir.
- iii. Kuvvetlerin momentlerini hesaplarken gerekli olan cismin boyutlarını belirtin.
- iv. Denge denklemlerinin moment denklemi olan $\sum \mathbf{M}_O = \mathbf{0}$ 'u, iki bilinmeyen kuvvetin etki çizgisinin kesiştiği bir nokta (O) etrafında uygulayın. Bu şekilde, bu bilinmeyenlerin O çevresindeki momentleri sıfır olur ve üçüncü bilinmeyen için doğrudan bir çözüm belirlenebilir.
- v. Kuvvet denge denklemlerini uygularken, $\sum F_x = 0$ ve $\sum F_y = 0$, x ve y eksenlerini kuvvetleri x ve y bileşenlerine en basit şekilde çözecek çizgilere göre hizalayın.
- vi. Denge denklemlerinin çözümü, bir kuvvet veya çift moment büyüklüğü için negatif bir skaler verirse, bu, Serbest Cisim Diyagramında varsayıldığı gibi olan yöne zıt bir yöne işaret eder.

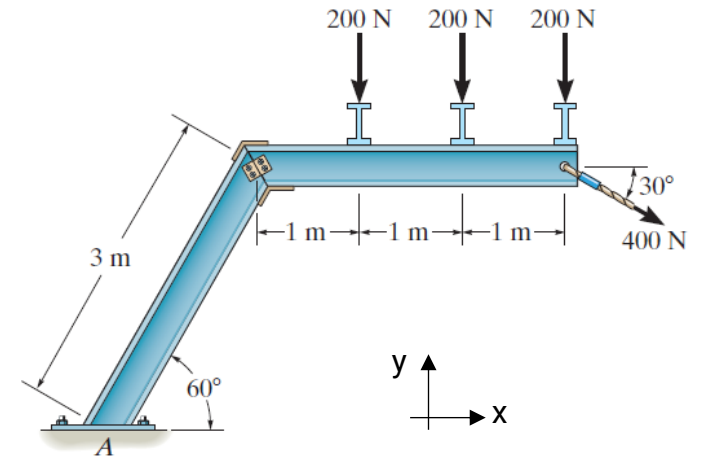
Örnek 1.

Sistemdeki mesnet tepkilerini bulunuz.



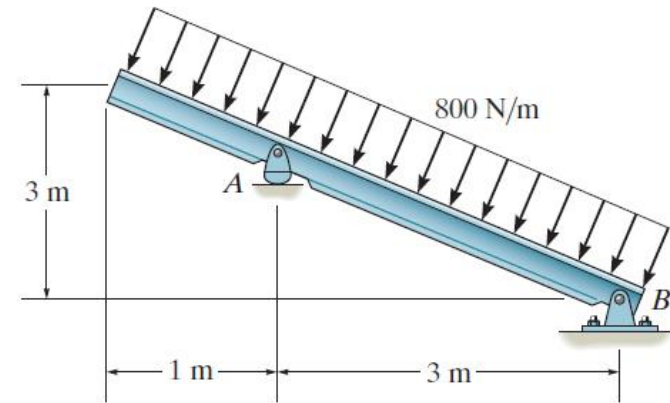
Örnek 2.

Sistemdeki mesnet tepkilerini bulunuz.



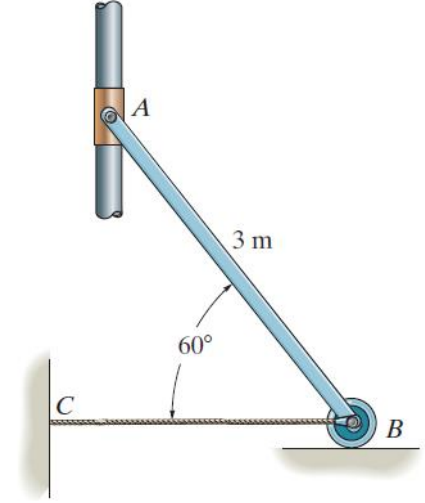
Example 3.

Sistemdeki mesnet tepkilerini bulunuz.

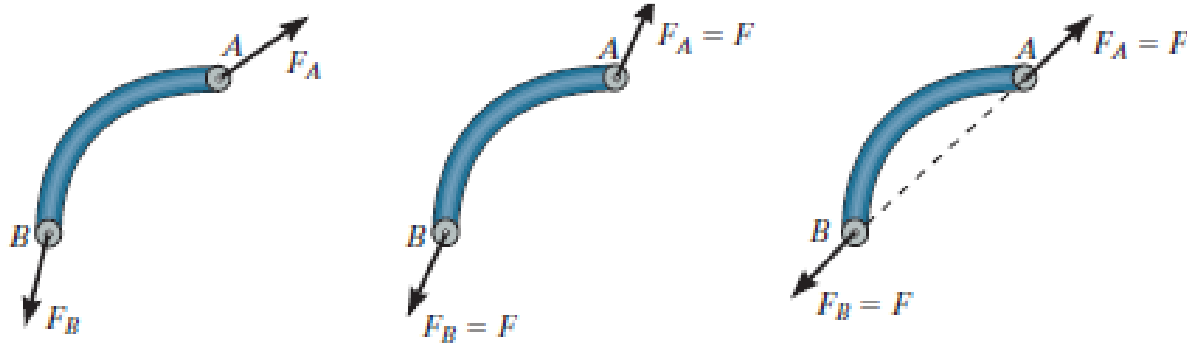


Example 4.

- a) Düzgün çubuk AB'nin kütlesi 40 kg'dır. Çubuk gösterildiği konumdayken kablo ve desteklerdeki kuvvetleri belirleyin. Sistem sürtünmesizdir.
- b) CB kablosu başarısız olmadan önce maksimum 1500 N yükü taşıyabilirse, çubuğun maksimum ağırlığını belirleyin.



5.5. Pandül Ayak

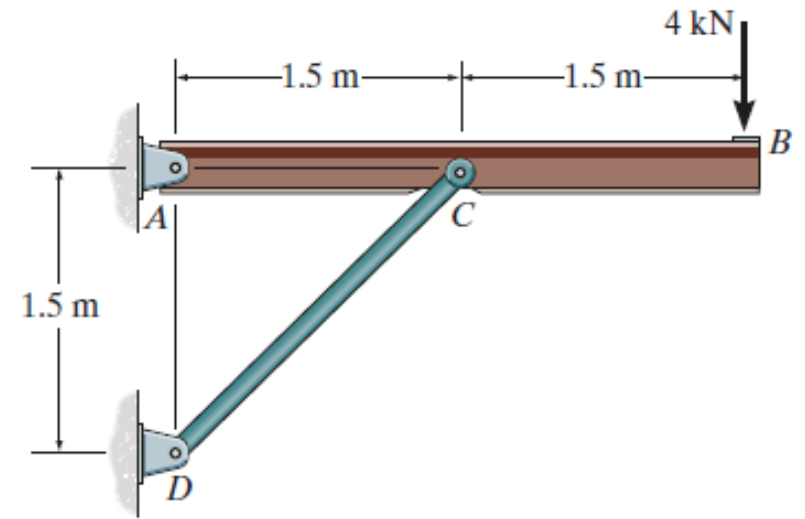


Herhangi iki kuvvetin birbiriyle dengede olabilmesi için, bu kuvvetlerin aynı büyüklükte olması, zıt yönlerde etki etmesi ve bu kuvvetlerin etki ettikleri iki nokta arasındaki doğru üzerinde aynı doğrultuda etki etmesi gerekmektedir.

Pandül ayak, iki ucu mafsaldan oluşan ve üzerine hiçbir kuvvetin etki etmediği destekledir. Pandül ayaklar SCD için kaldırıldığında, yukarıdaki ifade gereği bir mafsaldan diğerine mesnet tepkileri oluşur.

Örnek 5.

Sistemdeki mesnet tepkilerini bulunuz.



Örnek 6.

Ağırlıksız kiriş, yatay olarak iki yay tarafından desteklenmektedir. Yük uygulanmadan kiriş yatay ve yaylar uzamamış olduğuna göre, yük uygulandığında kirişin eğilme açısını belirleyiniz.

