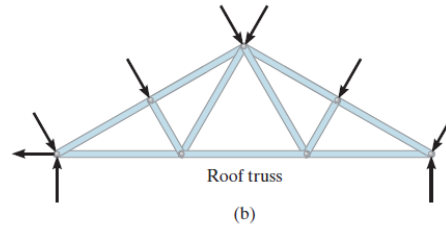
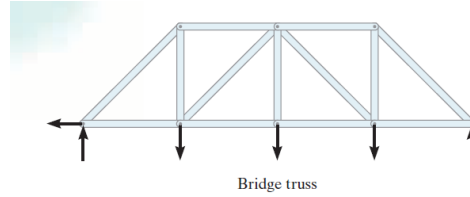
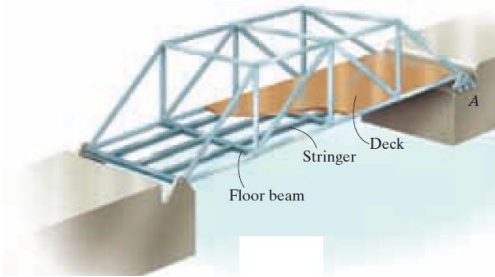
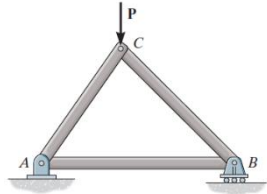


BÖLÜM 7. KAFES SİSTEMLER

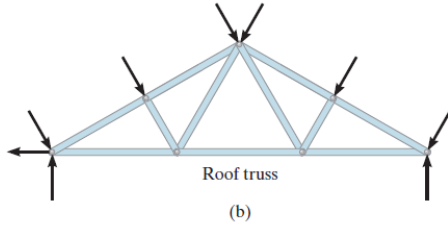
7.1. Giriş



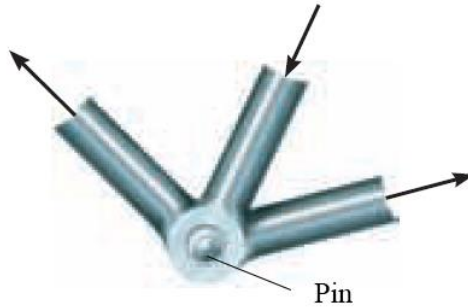
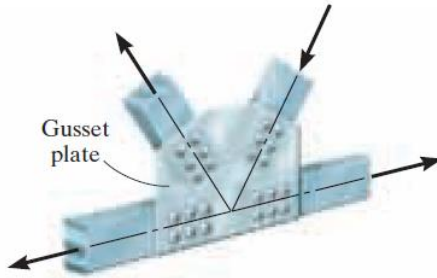
Önceki bölümlerde ele alınan problemler, tek bir rijit cismin denge durumunu ve tüm kuvvetlerin rijit cisme dışsal olduğu durumları içeriyordu. Şimdi, birkaç bağlantılı parçadan oluşan yapıların denge problemlerini ele alıyoruz. Bu problemler, sadece yapının üzerine etki eden dış kuvvetlerin belirlenmesini değil, aynı zamanda yapının çeşitli parçalarını bir arada tutan kuvvetlerin de belirlenmesini gerektirir. Yapının bütünü açısından, bu kuvvetler iç kuvvetlerdir.

Bir kafes, uç noktalarında bir araya getirilmiş ince elemanlardan oluşan bir yapıdır. Özellikle, düzlem kafesler tek bir düzlemde bulunur ve genellikle çatıları ve köprüleri desteklemek için kullanılır.

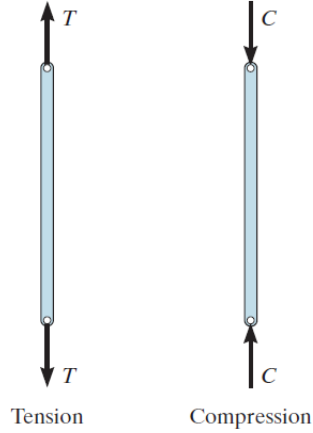
Varsayımlar



2

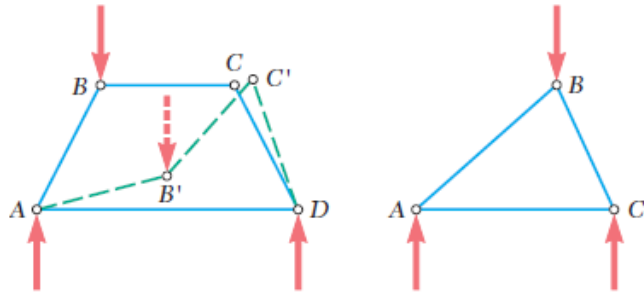


- i) Tüm yüklemeler eklem yerlerine uygulanır. Çoğu durumda, köprü ve çatı kafesleri için olduğu gibi, bu varsayım doğrudur. Genellikle elemanların ağırlığı göz ardı edilir çünkü her eleman tarafından desteklenen kuvvet, ağırlığından çok daha büyüktür. Ancak, ağırlık analize dahil edilecekse, genellikle bunu dikey bir kuvvet olarak uygulamak, ağırlığın yarısının her elemanın her iki ucuna uygulanmasıyla genellikle yeterlidir.
- ii) Elemanlar pürüzsüz mafsallarla birleştirilir. Eklem bağlantıları genellikle, eleman uçlarını ortak bir plaka olan bir gusset plakaya cıvata veya kaynak yaparak oluşturulur veya her bir elemanın içinden büyük bir cıvata veya mafsal geçirilerek basitçe yapılır. Birleştirme elemanlarının merkez hatları birbirine denk geldiğinde, bu bağlantıların mafsallar gibi davrandığını varsayabiliriz. Başka bir deyişle, eklem bağlantılarında moment oluşmaz, yalnızca kuvvetler üretilir.

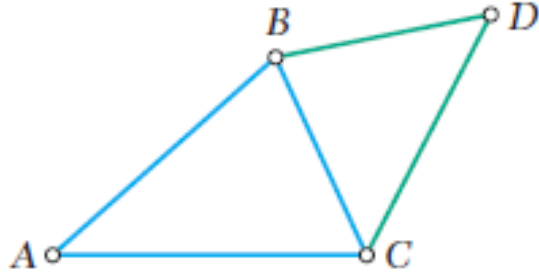


Bu iki varsayım nedeniyle, her kafes elemanı iki kuvvetli bir eleman gibi davranacak ve bu nedenle elemanın her iki ucunda etkileyen kuvvet, elemanın ekseni boyunca yönlendirilecektir. Eğer kuvvet elemanı uzatmaya eğilimli ise, bu bir germe kuvveti (T) iken, eğer elemanı kısaltmaya eğilimli ise, bu bir basınç kuvveti (C) olacaktır. Bir kafesin gerçek tasarımında, kuvvetin doğası germe veya basınç olup olmadığının belirtilmesi önemlidir. Sık sık, bir eleman basınç altındayken oluşan burkulma veya sütun etkisi nedeniyle germe elemanlarından daha kalın yapılmalıdır.

Basit Kafes Sistem

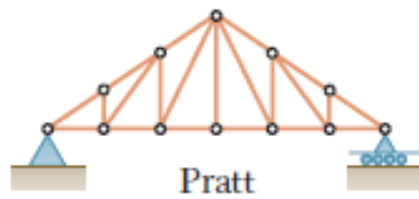


Şekilde gösterilen kafes düşünölsün, bu kafes A, B, C ve D noktalarında mafsallar ile birbirine bağlanmış dört elemandan oluşmaktadır. Eğer B noktasına bir yük uygulanırsa, kafes büyük ölçüde şekil değiştirecek ve tamamen orijinal şeklini kaybedecektir. Buna karşılık, A, B ve C noktalarında mafsallar ile birbirine bağlanmış üç elemandan oluşan kafes, B noktasına uygulanan bir yük altında sadece hafifçe şekil değiştirecektir. Bu kafes için tek olası deformasyon, elemanlarının uzunluğunda küçük değişiklikler içeren bir deformasyondur. Üç elemanlı kafese sert kafes denir, burada "sert" terimi, kafesin çökme olmayacağını belirtmek için kullanılır.

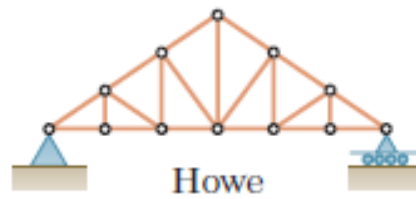


Şekilde gösterildiği gibi, temel üçgen kafese BD ve CD iki eleman eklenerek daha büyük bir sert kafes elde edilebilir. Bu işlem istenildiği kadar tekrarlanabilir ve elde edilen kafes, her seferinde iki yeni eleman eklenirse, bunlar iki mevcut eklemeye bağlanır ve yeni bir eklemde bağlanırsa sert olacaktır. Bu şekilde inşa edilebilen bir kafese basit kafes denir.

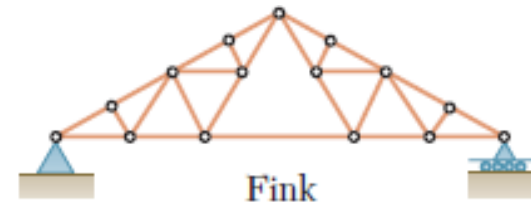
Kafes yapılarının analizinde iki yöntem kullanılabilir. Bunlar, **düğüm noktası** yöntemi ve **kesim** yöntemidir. Her yöntemin kendi avantajları ve dezavantajları vardır. Bazı problemlerde her iki yöntem de daha basit bir analiz için kullanılabilir.



Pratt

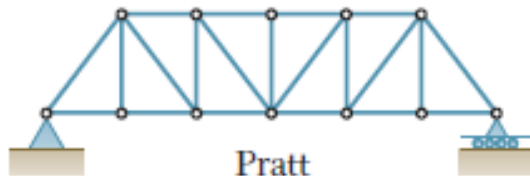


Howe

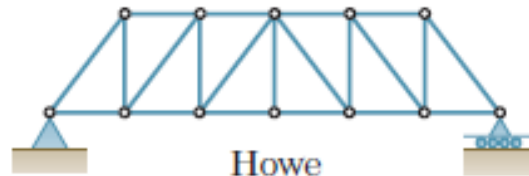


Fink

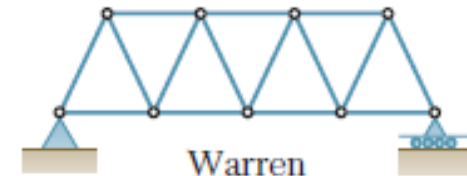
Typical Roof Trusses



Pratt



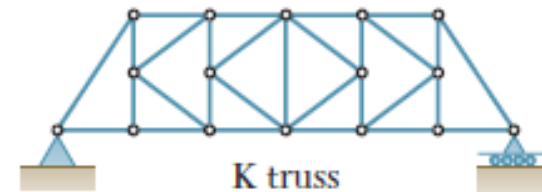
Howe



Warren

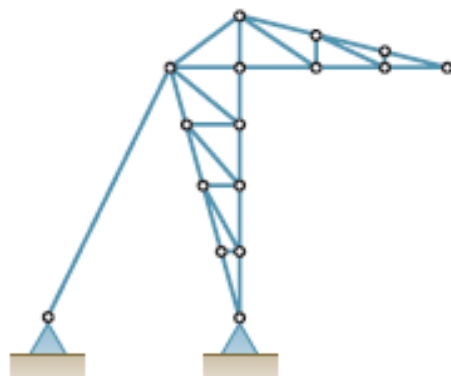


Baltimore

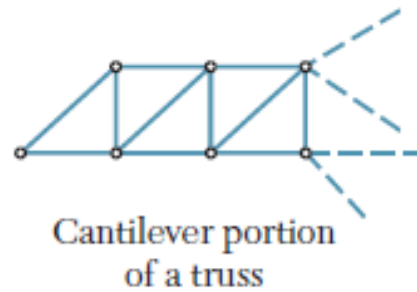


K truss

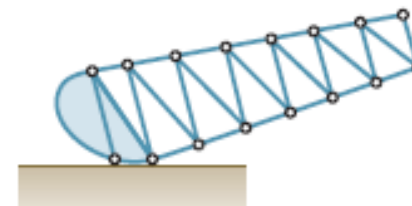
Typical Bridge Trusses



Stadium

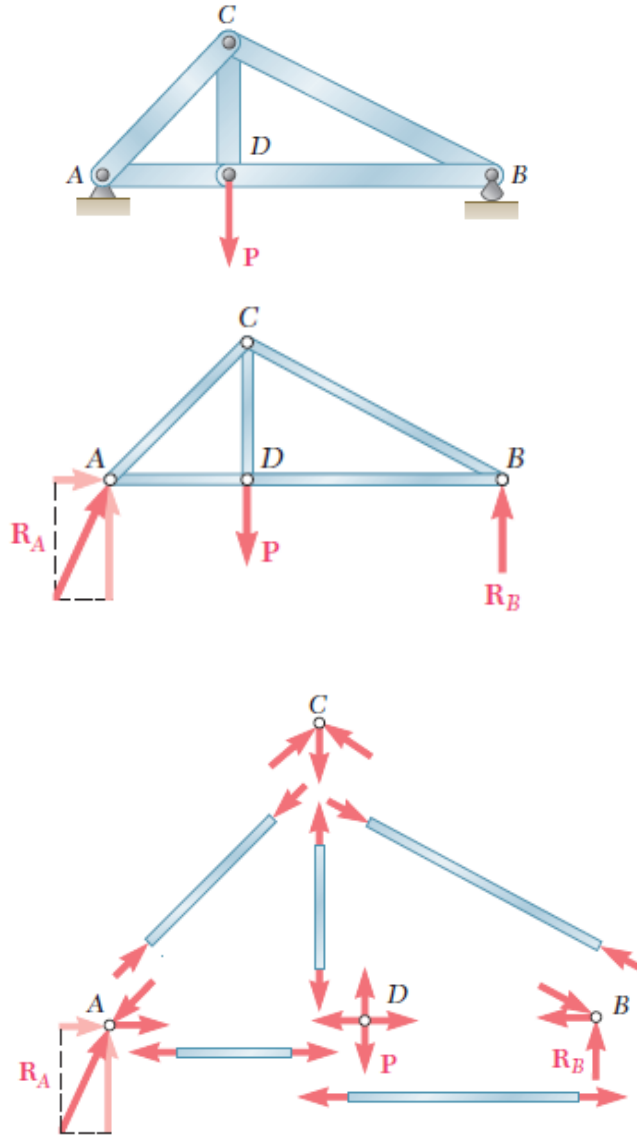


Cantilever portion
of a truss



Bascule

6.1 The Method of Sections



Bir kafes basitçe bir grup düğüm noktası ve iki kuvvetli eleman olarak düşünülebilir. Bu yöntem, eğer tüm kafes dengedediyse, o zaman her bir düğüm noktası da dengededir gerçeğine dayanır. Bu nedenle, her bir düğüm noktasının serbest cisim diyagramı çizilirse, kuvvet denge denklemleri kullanılarak her düğüm noktası üzerinde etkiyen eleman kuvvetleri elde edilebilir. Bir düzlem kafesin elemanları, tek bir düzlemde bulunan düz iki kuvvetli elemanlardır, bu nedenle her bir düğüm noktası, düzlem olan ve ortak bir noktada birbirine dik olan bir kuvvet sistemi ile etkileşir. Sonuç olarak, denge için sadece $F_x = 0$ ve $F_y = 0$ sağlanması gerekir (her bir düğüm noktası için 2 denge denklemi).

Örneğin, şekilde, kafes parçalara ayrılabilir ve her pim ve her eleman için bir serbest cisim diyagramı çizilebilir. Her eleman, her iki ucunda birer kuvvet tarafından etkilenir; bu kuvvetler aynı büyüklükte, aynı etki çizgisinde ve zıt yönlüdür (iki kuvvetli eleman). Ayrıca, Newton'un üçüncü yasası, bir eleman ve bir pim arasındaki etki ve tepki kuvvetlerinin eşit ve zıt olduğunu gösterir. Bu nedenle, bir elemanın bağlandığı iki pime uyguladığı kuvvetler o eleman boyunca yönlendirilmelidir ve eşit ve zıt olmalıdır.

Önemli Noktalar:

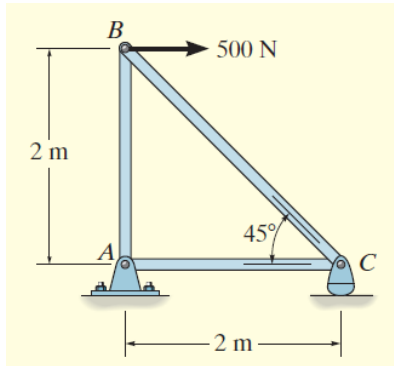
- i) Basit kafesler üçgen elemanlardan oluşur. Elemanların uçlarında mafsallı olarak birleştirildiği ve yüklerin eklem noktalarına uygulandığı varsayılır.
- ii) Eğer bir kafes dengede ise, o zaman her bir düğüm noktası da dengededir. Kafesin her bir düğüm noktasının serbest cisim diyagramı çizildiğinde, elemanlardaki iç kuvvetler dış kuvvetlere dönüşür. Bir düğüm noktasına çekiş uygulayan bir kuvvet, bir elemandaki çekme kuvvetinden kaynaklanır ve bir düğüm noktasına itme uygulayan bir kuvvet, bir elemandaki basınç kuvvetinden kaynaklanır.

Analiz İçin Prosedür:

7

- i) Gerekliyse veya isteniyorsa, tüm yapıyı rijit bir cisim olarak varsayarak mesnet tepkilerini bulun.
- ii) Düğüm noktalarının serbest cisim diyagramını çizin. Bilinmeyen kuvvetlerin (eleman kuvvetleri + bulunmayan destek reaksiyonları) minimum sayıda olduğu düğüm noktalarından başlayın. Elemanlardaki kuvvetin yönünü gerilme veya basınç olarak varsayın. (Öneri: Tüm bilinmeyen eleman kuvvetlerini önce gerilme (pozitif) olarak varsayın)
- iii) Her bir düğüm noktasında, serbest cisim diyagramındaki kuvvetleri kolayca x ve y bileşenlerine çözebilecek şekilde x ve y eksenlerini yönlendirin ve ardından $F_x = 0$ ve $F_y = 0$ iki kuvvet denge denklemlerini uygulayın. İki bilinmeyen eleman kuvvetini çözün ve doğru yönlerini doğrulayın.
- iv) Denge denklemlerinin çözümü, bir eleman kuvveti için negatif bir skaler verirse, bu, serbest cisim diyagramında varsayılanın tersi olduğunu gösterir. (Tüm bilinmeyen eleman kuvvetlerini çekme (+) olarak varsayarsanız, pozitif bir çözüm bir çekme kuvvetini, negatif bir çözüm ise bir basınç kuvvetini ifade eder)

Prosedürün Uygulanması



i) Mesnet Tepkilerini Hesapla (Her problemde gerekli olmayabilir)

8

(FBD)

$$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0; \quad A_x + 500 = 0 \rightarrow A_x = -500 \text{ N} \quad (\leftarrow)$$

$$\curvearrowright^{+} \sum M_A = 0; \quad -500 \cdot 2 + C \cdot 2 = 0 \rightarrow C = 500 \text{ N}$$

$$\uparrow^{+} \sum F_y = 0; \quad A_y + C = 0 \rightarrow A_y = -500 \text{ N} \quad (\downarrow)$$

(SCD)

ii) Her bir düğüm noktası için SCD çiz.

(SCD - A)

(SCD - B)

(SCD - C)

9

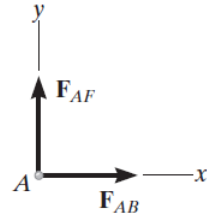
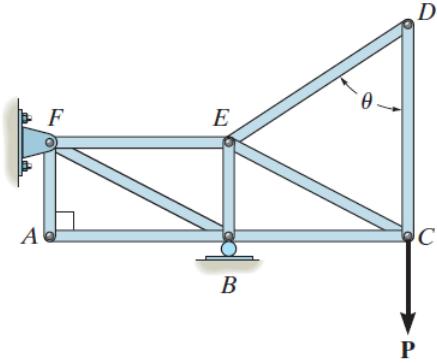
iii) Denge Denklemlerini UYGula

$$\xrightarrow{+} \sum F_x = 0; \quad S_2 - 500 = 0 \rightarrow S_2 = 500 \text{ N} \quad (T)$$

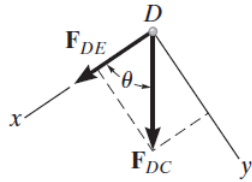
$$\overset{+}{\uparrow} \sum F_y = 0; \quad S_1 - 500 = 0 \rightarrow S_1 = 500 \text{ N} \quad (T)$$

$$\begin{aligned} \overset{+}{\uparrow} \sum F_y &= 0; \\ S_3 \sin 45 + 500 &= 0 \\ \rightarrow S_3 &= -\frac{500}{\sin 45} = -707.12 \text{ N} \quad (C) \end{aligned}$$

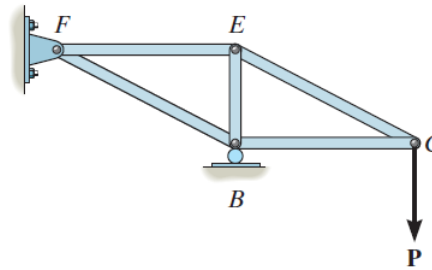
6.2 Sıfır Kuvvetli Çubuklar



$$\begin{aligned} \rightarrow \Sigma F_x &= 0; F_{AB} = 0 \\ +\uparrow \Sigma F_y &= 0; F_{AF} = 0 \end{aligned}$$



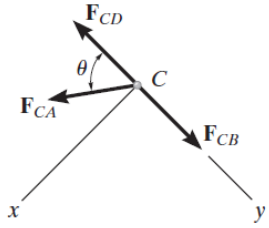
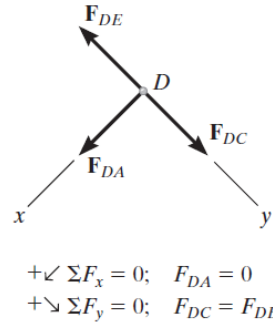
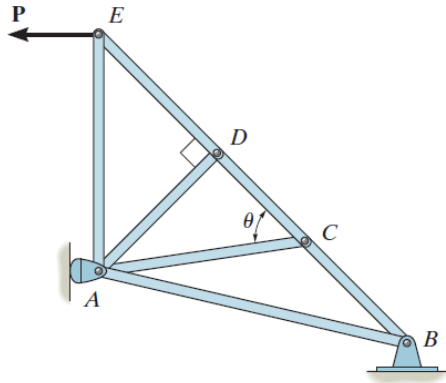
$$\begin{aligned} +\downarrow \Sigma F_y &= 0; F_{DC} \sin \theta = 0; F_{DC} = 0 \text{ since } \sin \theta \neq 0 \\ +\swarrow \Sigma F_x &= 0; F_{DE} + 0 = 0; F_{DE} = 0 \end{aligned}$$



Düğüm noktası yöntemi kullanılarak kafes sistemi analizi, öncelikle yük taşımayan elemanları belirleyebilirsek büyük ölçüde basitleştirilir. Bu sıfır kuvvetli elemanlar, kafes sisteminin inşası sırasında stabilitesini artırmak ve yük değişikliği durumunda ek destek sağlamak için kullanılır.

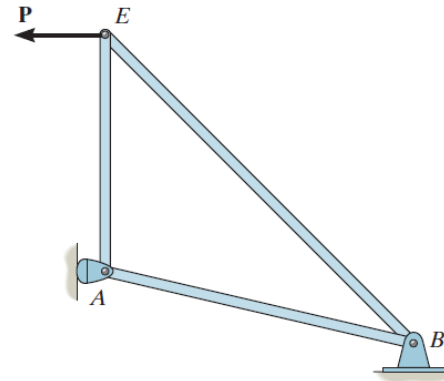
Bir kafes sisteminin sıfır kuvvetli elemanları genellikle her bir düğüm noktasının incelenmesiyle bulunabilir. Örneğin, şekilde gösterilen kafes sistemi ele alalım. Düğüm noktası A'daki pim için bir serbest cisim diyagramı çizilirse, AB ve AF elemanlarının sıfır kuvvetli elemanlar olduğu görülür. (Eğer sadece F veya B noktalarının serbest cisim diyagramlarını düşünseydik, her bir noktada beş bilinmeyen olduğundan bu sonuca varamazdık.) Benzer bir şekilde, D noktasının serbest cisim diyagramı ele alınsın. Burada da DC ve DE elemanlarının sıfır kuvvetli elemanlar olduğu görülür. Bu

1:



$$+\swarrow \Sigma F_x = 0; \quad F_{CA} \sin \theta = 0; \quad F_{CA} = 0 \text{ since } \sin \theta \neq 0;$$

$$+\searrow \Sigma F_y = 0; \quad F_{CB} = F_{CD}$$

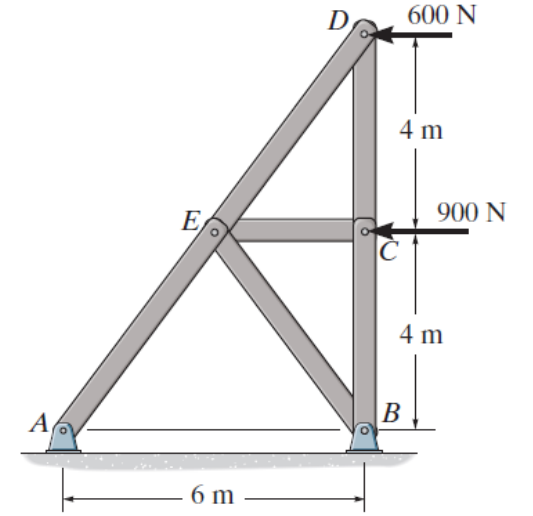


gözlemlerden hareketle, eğer iki tane doğru olmayan eleman bir kafes sistemi düğüm noktasını oluşturuyorsa ve düğüm noktasına herhangi bir harici yük veya destek reaksiyonu uygulanmamışsa, bu iki elemanın sıfır kuvvetli eleman olması gerekir.

Şimdi şekilde gösterilen kafes sistemi ele alalım. D noktasındaki pim için serbest cisim diyagramı gösterilmiştir. Y eksenini DC ve DE elemanları boyunca, X eksenini ise DA elemanı boyunca yönlendirerek, DA'nın bir sıfır kuvvetli eleman olduğu görülür. Bu durumun C elemanı için de geçerli olduğuna dikkat edin. Genel olarak, eğer üç eleman bir kafes sistemi düğüm noktasını oluşturuyorsa ve bu elemanlardan ikisi doğru oluşturuyorsa, üçüncü eleman harici bir kuvvet veya destek reaksiyonu bu eleman boyunca etki etmediği sürece bir sıfır kuvvetli elemandır.

Örnek 1.

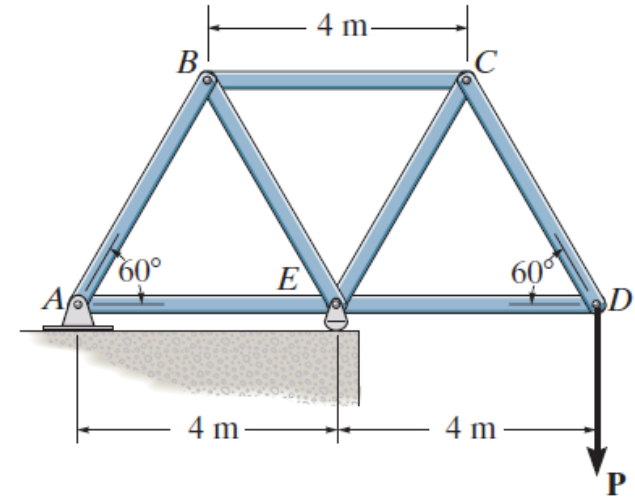
Kafes sistemindeki her bir elemanın kuvvetini belirleyin ve elemanların çekme veya basınçta olup olmadığını belirtin.



Örnek 2.

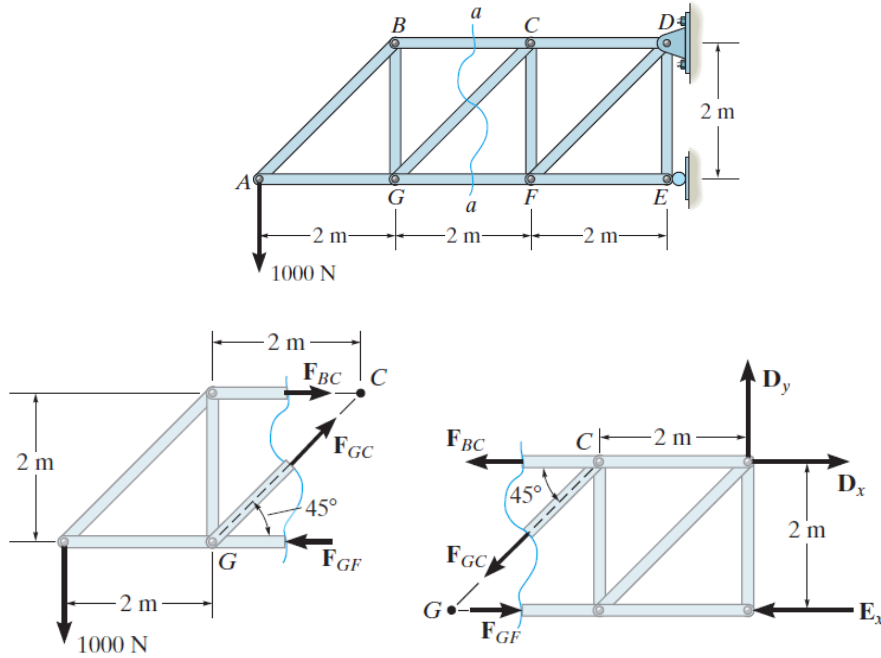
Eğer herhangi bir elemanın destekleyebileceği maksimum kuvvet çekme durumunda 8 kN ve basınç durumunda 6 kN ise, D noktasında desteklenebilecek maksimum kuvvet P'yi belirleyin.

(Her elemanın aynı uzunluğa sahip olduğu varsayılmıştır)



7.3. Kesim Yöntemi

14



Düğüm noktası yöntemi, bir kafes sistemindeki tüm elemanlardaki kuvvetlerin belirlenmesi gerektiğinde en etkili olan yöntemdir. Ancak, yalnızca bir elemandaki kuvvet veya çok az sayıda elemandaki kuvvetler belirlenmek isteniyorsa, başka bir yöntem olan kesim yöntemi daha verimlidir. Bu yöntem, kafes sisteminin denge halinde olduğu temeline dayanır ve bu temele göre kafes sisteminin herhangi bir kesiti de denge halindedir. Örneğin, şekilde gösterilen kafes sistemi ele alınsın. BC, GC ve GF elemanlarındaki kuvvetler belirlenmek istenirse, o zaman aa kesimi uygun olacaktır. İki segmentin serbest cisim diyagramları altta gösterilmiştir. Her bir eleman kuvvetinin etki çizgisi, kafes sisteminin geometrisinden belirlendiği için belirtilir, çünkü bir

elemandaki kuvvet elemanın eksenine paraleldir. Ayrıca, kafes sisteminin bir bölümünde etki eden eleman kuvvetleri, diğer bölümde etki edenlerle eşit ama zıt yönlüdür — Newton'un üçüncü yasası. BC ve GC elemanlarının gerilme içinde olduğu varsayılır çünkü "çekme" etkisine maruz kalırken, GF elemanı basınç içindedir çünkü "itmeye" maruz kalır. İstenen eleman kuvvetleri, kafes sisteminin sol veya sağ bölümünden bulunabilir. Solda, F_{BC} , F_{GC} ve F_{GF} yalnızca bilinmeyenlerdir (3 bilinmeyen). Denge denklemleri (3 denklem) uygulanarak bilinmeyen eleman kuvvetleri bulunabilir. Ancak sağ tarafta, F_{BC} , F_{GC} ve F_{GF} 'nin yanı sıra, destek reaksiyonları da bilinmeyenlerdir (toplam 6 bilinmeyen).

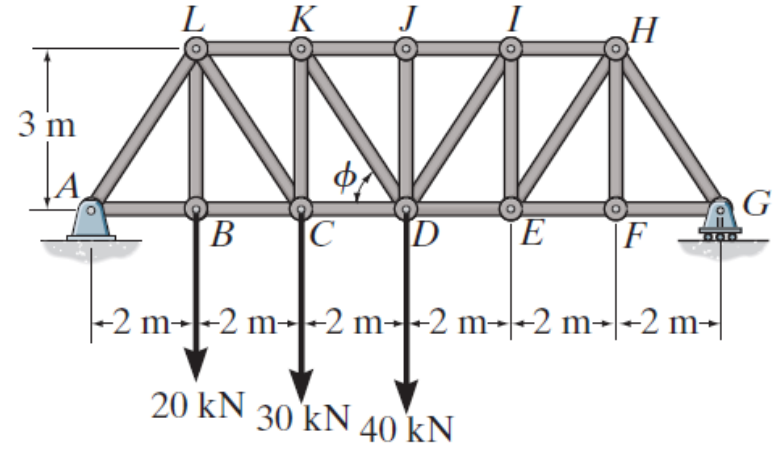
Analiz için Prosedür

- i) Kafes sistemi elemanlarındaki kuvvetlerin belirleneceği yerlerden geçmek üzere kafes sistemi nasıl "kesileceğine" veya bölüneceğine karar verin (i ve ii sırası değişebilir).
- ii) Gerekirse, bütün yapının bir rijit cisim olduğunu varsayarak mesnet tepkilerini bulun.
- iii) En az sayıda kuvvetin etki ettiği segmentin serbest cisim diyagramını çizin (bu bir öneridir, zorunlu değildir).
- iv) Denge denklemlerini uygulayın ve bilinmeyen eleman kuvvetlerini bulun.

NOT: Gerekirse, bir problemde birden fazla kesim kullanılabilir veya aynı anda kesim yöntemi ve düğüm yöntemi kullanılabilir.

Örnek 3.

Pratt kafes sistemindeki LK, KC ve CD elemanlarındaki kuvveti belirleyin. Elemanların çekme veya basınçta olup olmadığını belirtin.



Örnek 4.

BF, BG ve AB elemanlarında kuvveti belirleyin ve elemanların çekme veya basınçta olup olmadığını belirtin)

