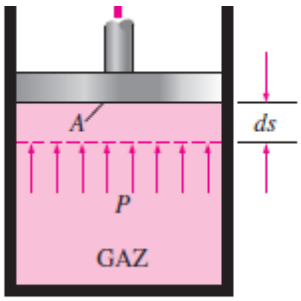
Tekrar hareketli sınır işi;

Bu iş

$$\delta W_s = F\,ds = PA\,ds = P\,dV$$



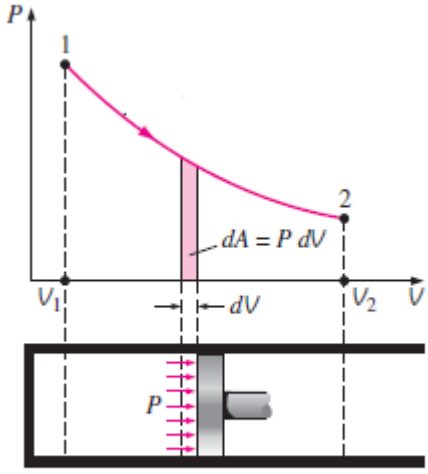
Gaz pistonu iterek ds diferansiyel miktarında hareket ettirirken δW_s miktarında iş yapar.

Şeklinde ifade edilebilir.

Hal değişimi sırasında, piston hareket ederken yapılan toplam sınır işi, ilk ve son haller arasında yapılan diferansiyel işlerin toplamıdır:

$$\boldsymbol{W_{s=} \int_1^2 PdV}$$

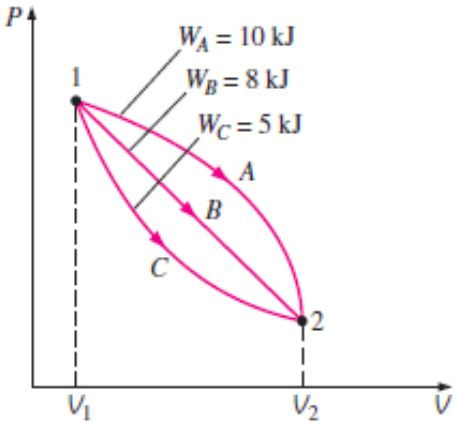
Başka bir ifade ile;



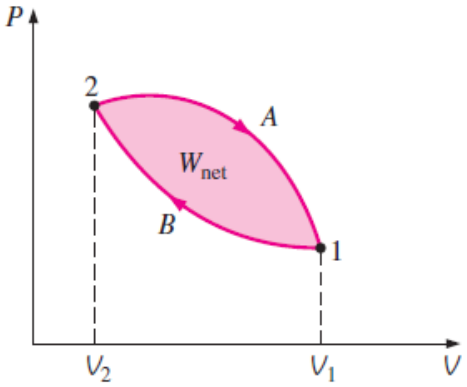
P-V diyagramında hal değişimi eğrisi altında kalan alan işi gösterir.

$$\text{Alan} = A = \int_1^2 dA = \int_1^2 P\,dV$$

şeklinde de yazılabilir.



Bir hal değişimi sırasında yapılan sınır işi, ilk ve son hallerle hal değişiminin yoluna bağlıdır.



Bir çevrim sırasında yapılan net iş, sistem tarafından yapılan işle sistem üzerinde yapılan iş arasındaki farktır.

Daha genel olarak

$$W_{s=} \int_1^2 P_i dV$$

olarak yazılırsa buradaki P_i, pistonun iç yüzeyine uygulan basınçtır.

Örnek problem:

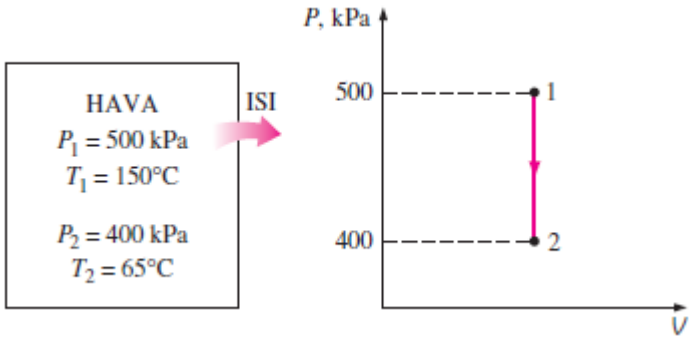
Sabit hacimli kapalı bir kapta, 500 kPa basınç ve 150 ˚C sıcaklıkta hava bulunmaktadır. Çevreye olan ısı geçişi sonunda kap içindeki sıcaklık ve basınç sırasıyla 65 ˚C ve 400 kPa olmaktadır. Bu hal değişimi sırasında yapılan sınır işini hesaplayın.

Çözüm Sabit hacimli kaptaki hava soğur ve basınç ile sıcaklık düşer. Yapılan sınır işi belirlenebilir.

Analiz Sistem ve hal değişiminin *P-V* diyagramı

Sınır işi denklemden bulunabilir.

$$W_s = \int_1^2 P \cancel{dV}^{\,0} = 0$$



Örnek problem:

Sürtünmesiz bir piston silindir düzeneğinde başlangıçta 400 kPa ve 200˚C sıcaklıkta 5 kg su buharı bulunmaktadır. Daha sonra buhara ısı geçişi olmakta ve sıcaklığı 250˚C' ye yükselmektedir. Pistonun serbest hareket edebildiğini ve kütlesinin sabit olduğunu kabul ederek, buhar tarafından yapılan işi hesaplayınız

Çözüm Piston silindir düzeneğindeki su buharı sabit basınçta ısıtılmakta ve sıcaklığı artmaktadır. Yapılan sınır işi elde edilebilir.

Analiz Sistemin genel çizimi ve hal değişiminin P-v diyagramı gösterilmiştir.

Kabuller Geçmiş işlemi sanki dengelidir.

Analiz Sistemin genel çizimi ve hal değişiminin P-v diyagramı gösterilmiştir.

$$W_s = \int_1^2 P\,dV = P_0 \int_1^2 dV = P_0(V_2 - V_1)$$

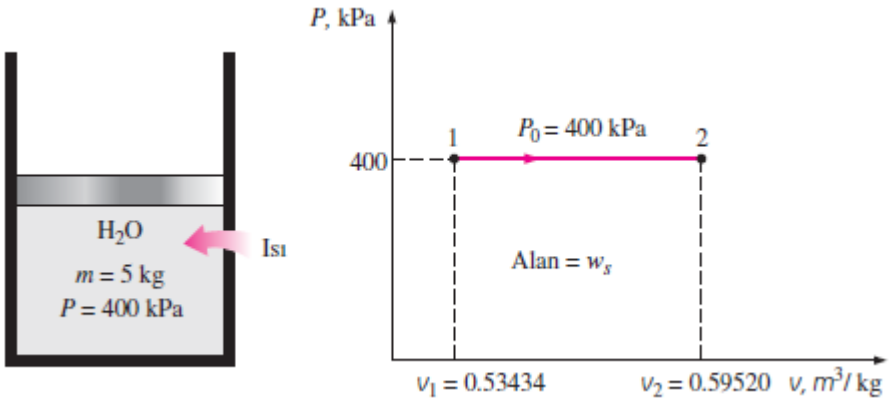
veya $V = mv$ olduğundan,

$$W_s = mP_0(v_2 - v_1)$$

yazılır. Özgül hacmler, kızgın buhar tablosundan 1 halinde (400 kPa, 200˚C) v_1 = 0.53434 m³/kg ve 2 halinde (400 kPa, 250˚C) v_2 = 0.59520 m³/kg olarak belirlenir. Bu değerler yukarıdaki denklemde yerlerine konursa,

$$W_s = (5\text{ kg})(400\text{ kPa})[(0.59520 - 0.53434)\text{ m}^3/\text{kg}]$$

$$= \mathbf{121.7\ kJ}$$



Örnek problem:

Bir piston-silindir düzeneğinde, başlangıçta 100 kPa basınç ve 80˚C sıcaklıkta 0.4 m³ hava bulunmaktadır. Daha sonra hava, sıcaklığı sabit kalacak biçimde sıkıştırılmakta ve son halde hacmi 0.1 m³ olmaktadır. Hal değişimi sırasında yapılan işi hesaplayın.

Çözüm Piston-silindir düzeneği içerisindeki hava sabit sıcaklıkta sıkıştırılmaktadır. Yapılan sınır işi elde edilebilir.

Analiz Sistemin genel çizimi ve hal değişiminin *P-V* diyagramı gösterilmiştir.

Kabuller **1** Sıkıştırma hal değişimi sanki-dengelidir. **2** Verilen koşullarda hava mükemmel gaz olarak kabul edilebilir, çünkü verilen hal kritik nokta değerleriyle karşılaştırıldığında (havanın ana bileşeni olan azot için T_{kr} = −147 ˚C ve P_{kr} = 3390 kPa) sıcaklık yüksek ve basınç düşüktür.

Analiz Mükemmel bir gaz için, sabit T_o sıcaklığında,

$$PV = mRT_0 = C \quad \text{veya} \quad P = \frac{C}{V}$$

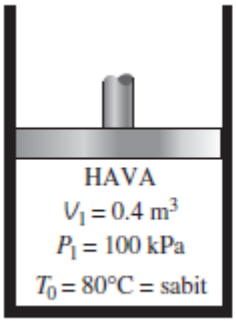
yazılabilir. Burada *C* sabit bir değer olmaktadır. Basınç, denklem 4-2'de yerine konulursa,

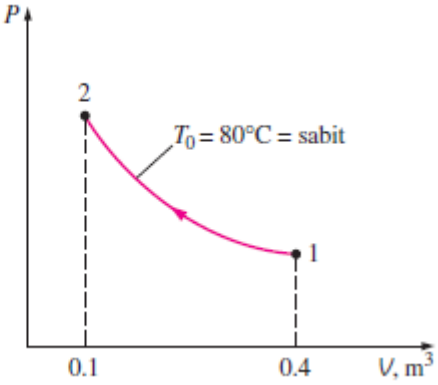
$$W_b = \int_1^2 P\,dV = \int_1^2 \frac{C}{V}\,dV = C\int_1^2 \frac{dV}{V} = C\ \ln\frac{V_2}{V_1} = P_1V_1\ \ln\frac{V_2}{V_1} \qquad \textbf{(4–7)}$$

Denklem 4-7'de, P_1V_1, P_2V_2 (veya mRT_0) ile değiştirilebilir. Ayrıca V_2/V_1 ye-rine de P_1/P_2 yazılabilir, çünkü bu hal değişimi için $P_1V_1 = P_2V_2$.

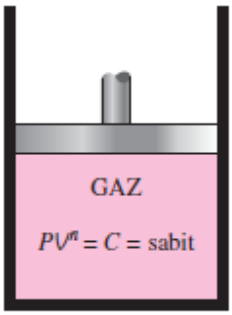
$$W_s = (100\ \text{kPa})(0.4\ \text{m}^3)\left(\ln\frac{0.1}{0.4}\right)\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3}\right)$$

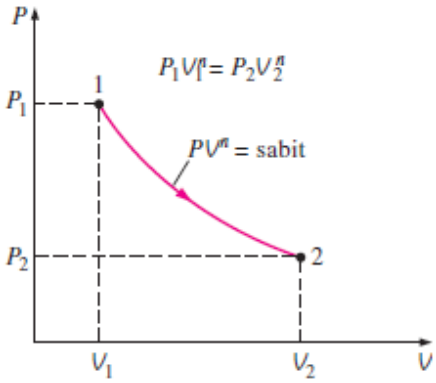
$$= -55.5\ \text{kJ}$$





Politropik durum değişimi:





Politropik hal değişiminin P-V diyagramı.

Gerçek gazların genişleme ve sıkıştırma işlemlerinde, basınç ve hacim ilişkisi genellikle $PV^n = C$ denklemine uyar. Burada, n ve C birer sabittir. Bu tür bir hal değişimi **politropik hal değişimi** diye adlandırılır
Aşağıda politropik hal değişimi sırasında yapılan iş için genel bir ifade elde edilmiştir. Politropik hal değişiminde basınç,

$$P = CV^{-n}$$

bağıntısı ile ifade edilir. Bu bağıntı denklem 4-2'de yerine konulursa,

$$W_s = \int_1^2 P\,dV = \int_1^2 CV^{-n}\,dV = C\frac{V_2^{-n+1} - V_1^{-n+1}}{-n+1} = \frac{P_2V_2 - P_1V_1}{1-n}$$

elde edilir. Dikkat edilirse $C = P_1V_1^n = P_2V_2^n$ olmaktadır. Mükemmel bir gaz için ($PV = mRT$), bu denklem,

$$W_s = \frac{mR(T_2 - T_1)}{1-n} \qquad n \neq 1 \qquad \text{(kJ)}$$

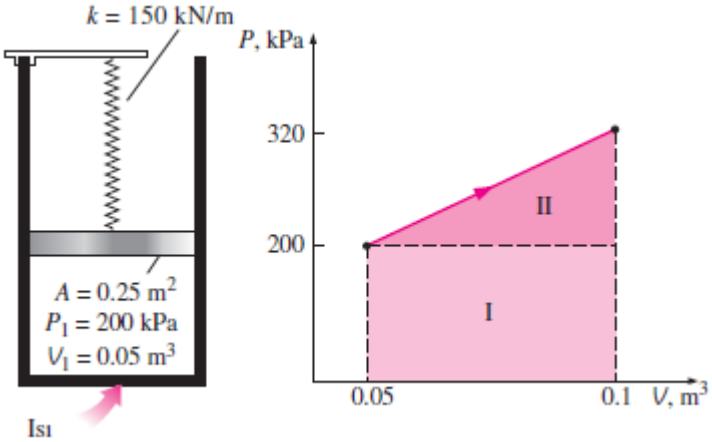
şeklinde de yazılabilir. $n = 1$ olması özel durumu için, sınır işi,

$$W_s = \int_1^2 P\,dV = \int_1^2 CV^{-1}\,dV = PV\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Bu sonuç, ideal gazlar için bir önceki örnekte incelenen sabit sıcaklıkta hal değişimi ile aynıdır.

Örnek problem:

Bir piston-silindir düzeneğinde başlangıçta 200 kPa basınç ve 0.05 m³ hacminde bir gaz bulunmaktadır. Sistem bu halde iken, katsayısı 150 kN/m olan bir doğrusal yay pistona dokunmakta, fakat piston üzerinde herhangi bir kuvvet uygulamamaktadır. Daha sonra gaza ısı geçişi olmakta ve piston yayı sıkıştırarak, gazın hacmi başlangıçtakinin iki katı olana kadar yükselmektedir. Pistonun kesit alanı 0.25 m²dir. *(a)* Son halde silindir içindek basıncı, *(b)* gaz tarafından yapılan toplam işi, *(c)* toplam işin ne kadarlık bölümünün yayı sıkıştırmak için yapıldığını hesaplayın.



Çözüm Doğrusal yaya temas eden piston-silindir düzeneği içerisindeki gaz, ısı geçişi sonucunda genişlemektedir. Son haldeki basınç, toplam yapılan iş, yayı sıkıştırmak için yapılan iş belirlenebilir.

Kabuller **1** Genişleme hal değişimi sanki-dengelidir. **2** Hal değişimi boyunca yaydaki değişim doğrusaldır.

Analiz Sistem ve hal değişiminin *P-V* diyagramı dan

(*a*) Son halde gazın hacmi

$$V_2 = 2V_1 = (2)(0.05\ \text{m}^3) = 0.1\ \text{m}^3$$

olmaktadır. Pistonun (ve yayın) yer değişimi

$$x = \frac{\Delta V}{A} = \frac{(0.1 - 0.05)\ \text{m}^3}{0.25\ \text{m}^2} = 0.2\ \text{m}$$

olarak bulunur. Son halde doğrusal yayın etkidiği kuvvet,

$$F = kx = (150\ \text{kN/m})(0.2\ \text{m}) = 30\ \text{kN}$$

Son halde, yay tarafından gaz üzerine uygulanan ek basınç

$$P = \frac{F}{A} = \frac{30\ \text{kN}}{0.25\ \text{m}^2} = 120\ \text{kPa}$$

olararak hesaplanır. Eğer yay olmasaydı, gazın basıncı piston yükselirken 200 kPa değerinde sabit kalırdı. Fakat yayın etkisi altında basınç doğrusal olarak 200 kPa değerinden, son halde

$$200 + 120 = \mathbf{320\ kPa}$$

değerine yükselmektedir.

(*b*) Yapılan işi bulmanın kolay yolu, hal değişimini *P-V* diyagramında çizmek ve eğrinin altında kalan alanı hesaplamaktır. Şekil 4-10'da görüldüğü gibi, hal değişimi eğrisinin altında kalan alan (yamuk) kolayca hesaplanabilir.

$$W = \text{alan} = \frac{(200 + 320)\ \text{kPa}}{2}\,[(0.1 - 0.05)\ \text{m}^3]\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3}\right) = \mathbf{13\ kJ}$$

Burada işin sistem tarafından yapıldığına dikkat edilmelidir.

(*c*) *P-V* diyagramında, dikdörtgen alan (bölge I) pistona ve atmosfere karşı yapılan işi, üçgen alan da (bölge II) yaya karşı yapılan işi göstermektedir. Bu nedenle:

$$W_{\text{yay}} = \tfrac{1}{2}[(320 - 200)\ \text{kPa}](0.05\ \text{m}^3)\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ \text{kPa}\cdot\text{m}^3}\right) = \mathbf{3\ kJ}$$

Tartışma Bu sonuç, aynı zamanda aşağıdaki gibi de elde edilebilir.

$$W_{\text{yay}} = \tfrac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2) = \tfrac{1}{2}(150\ \text{kN/m})[(0.2\ \text{m})^2 - 0^2]\left(\frac{1\ \text{kJ}}{1\ \text{kN}\cdot\text{m}}\right) = 3\ \text{kJ}$$

Kapalı sistemler için TD1Y:

Durum değiştiren bir sistem için enerjinin korunumu (TD1Y)

$E_{giren} - E_{çıkan} = \Delta E_{sistem}$, J

veya birim zamanda

$\dot{E}_{giren} - \dot{E}_{çıkan} = \frac{dE}{dt}$, W

Bu denklemlerdeki $E_{giren} - E_{çıkan}$ ısı iş ve kütle ile net enerji transferidir. Birim kütle için enerjinin korunumu ifadesi

$$e_{giren} - e_{çıkan} = \Delta e_{sistem}$$

olur. Enerji ile güç arasındaki ilişki;

$$Q = \dot{Q}\,\Delta t, \quad W = \dot{W}\,\Delta t, \quad \text{ve} \quad \Delta E = (dE/dt)\,\Delta t$$

şeklindedir.

- ✓ Kapalı sistem için kütle geçişi olmayacağından denklemin sol tarafında sadece ısı ve iş terimleri olacaktır.
- ✓ Sisteme net giren ısı (+) işaretli, sisteme giren iş (sisteme yapılan iş) (-) işaretlidir.

$$Q_{net,giren} - W_{net,çıkan} = \Delta E_{sistem} \quad \text{veya} \quad Q - W = \Delta E$$

$$Q = Q_{net,\ giren} = Q_{giren} - Q_{çıkan}$$

$$W_{net;\ çıkan} = W_{çıkan} - W_{giren}$$

Genel	$Q - W = \Delta E$
Sabit sistemler	$Q - W = \Delta U$
Birim kütle başına	$q - w = \Delta e$
Diferansiyel form	$\delta q - \delta w = de$

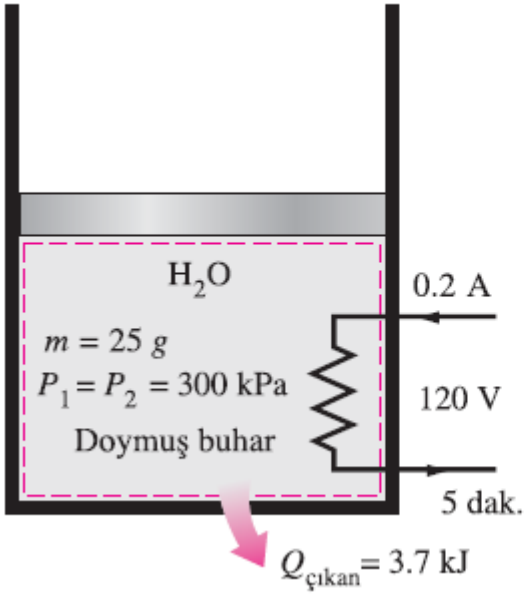
Kapalı sistemler için birinci yasanın değişik yazılış biçimleri.

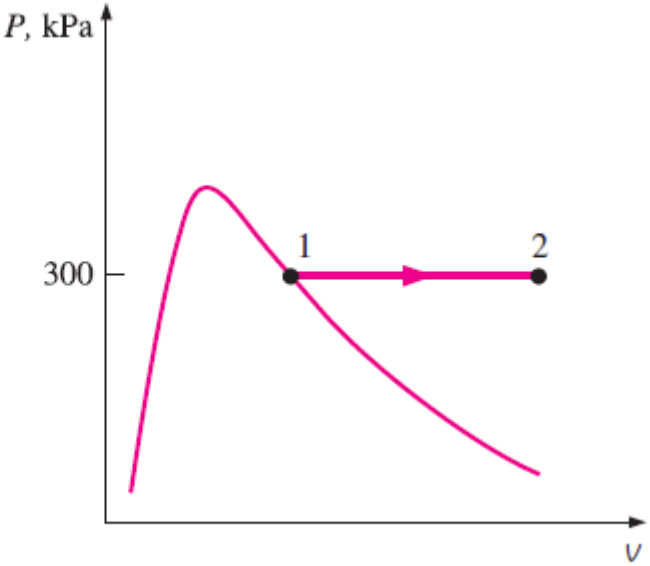
Örnek problem:

Bir piston-silindir düzeneğinde başlangıçta 300 kPa basınçta 25 g doymuş su buharı bulunmaktadır. Daha sonra silindir içindeki bir elektrik ısıtıcısı çalıştırılmakta ve 5 dakika süresince ısıtıcıdan, 120 V kaynaktan sağlanan 0.2 A'lik bir akım geçmktedir. Bu süre içinde silindirden çevreye 3.7 kJ ısı geçişi olmaktadır. *(a)* Kapalı bir sistemde sabit basınçta gerçekleşen bir hal değişimi için, sınır işi Ws ve iç enerji değişimi ΔU'nun birleştirilip, entalpi değişimi ΔH olarak bir terime indirgenebileceğini gösterin. *(b)* Sistemin son sıcaklığını hesaplayın.

Çözüm Piston-silindir düzeneği içindeki doymuş su, elektrikli ısıtıcı ile ısıtılma sonucunda sabit basınçta genişlemektedir. $\Delta U + W_s = \Delta H$ olduğu gösterilebilir ve son haldeki sıcaklık belirlenebilir.

Kabuller **1** Piston-silindir düzeneği durağandır. Bu nedenle kinetik ve potansiyel enerji değişimleri sıfırdır, $\Delta KE = \Delta PE = 0$. Bu yüzden $\Delta E = \Delta U$ olur ve hal değişimi sırasında sistemin enerjisinin değişen bölümü sadece iç enerjidir. **2** Direnç telleri sistemin çok küçük bir bölümünü oluşturduğundan enerji değişimleri ihmal edilebilir.





Analiz Piston-silindir düzeneğinde bulunan su ve direnç telleri sistem olarak ele alınabilir Hal değişimi sırasında kütle geçişi olmadığından bu bir kapalı sistemdir. Piston silindir düzeneğinin hareketli sınır işi W_s içerdiğine dikkat edilmelidir. Hal değişimi boyunca basınç sabit kalmaktadır $P_2 = P_1$. Aynı zamanda sistemden ısı kaybı olmakta ve elektrik işi sistem üzerinde yapılmaktadır.

(*a*) Çözümün bu kısmı, sabit basınçta, sanki-dengeli bir hal değişiminden geçen kapalı bir sistem için genel analizden oluşmaktadır. Isı geçişi Q yönü sisteme doğru, yapılan işin ise sistem tarafından yapıldığı kabulü yapılmaktadır. İş terimi, aynı zamanda sınır işi ve diğer işlerin (elektrik, mil işi gibi) toplamı olarak açıklanmaktadır. Enerji dengesi aşağıdaki gibi açıklanabilir,

$$\underbrace{E_{\text{giren}} - E_{\text{çıkan}}}_{\substack{\text{Isı, iş ve kütle ile} \\ \text{transfer edilen net enerji}}} = \underbrace{\Delta E_{\text{sistem}}}_{\substack{\text{İç enerji, kinetik ve} \\ \text{potansiyel enerjilerdeki değişim}}}$$

$$Q - W = \Delta U + \cancel{\Delta KE}^{\,0} + \cancel{\Delta PE}^{\,0}$$

$$Q - W_{\text{diğer}} - W_s = U_2 - U_1$$

Sabit basınçta bir hal değişimi için , sınır işi $W_s = P_0(V_2 - V_1)$. Bu bağıntı yukarıdaki denklemde yerine konursa,

$$Q - W_{\text{diğer}} - P_0(V_2 - V_1) = U_2 - U_1$$

elde edilir. Fakat

$$P_0 = P_2 = P_1 \quad \rightarrow \quad Q - W_{\text{diğer}} = (U_2 + P_2V_2) - (U_1 + P_1V_1)$$

ayrıca $H = U + PV$ olduğu için,

$$Q - W_{\text{diğer}} = H_2 - H_1$$

elde edilir. İstenen bağıntı budur Sabit basınçta sanki dengeli bir hal değişiminden geçen kapalı bir sistem için bu denklemin kullanımı kolaylık getirmektedir, çünkü sınır işi entalpi teriminin içinde kendiliğinden hesaplanmaktadır.

(*b*) Burada diğer iş olarak ele almamız gereken elektrik işi aşağıdaki gibi belirlenebilir.

$$W_e = \mathbf{V}I\ \Delta t = (120\ \text{V})(0.2\ \text{A})(300\ \text{s})\left(\frac{1\ \text{kJ/s}}{1000\ \text{VA}}\right) = 7.2\ \text{kJ}$$

Hal 1: $\left.\begin{array}{r} P_1 = 300\ \text{kPa} \\ \text{Doymuş buhar} \end{array}\right\} \quad h_1 = h_{g\ @\ 300\ \text{kPa}} = 2724.9\ \text{kJ/kg}$

Son durumdaki entalpi, ısı geçisi sistemden dışarı olacak şekilde (negatif) ve işin sistem üzerinde yapılması (negatif) durumu göz önüne alınarak belirlenebilir. (çünkü bunların yönü başlangıçta yapılan kabule terstir). Sırasıyla, genel enerji denkleminde, ΔU yerine ΔH yazılarak sabit basınçta genişleme veya sıkıştırma için sınır işinin otomatik olarak ΔH içinde hesaplanması basitleştirmesi yapılırsa:

$$\underbrace{E_{\text{giren}} - E_{\text{çıkan}}}_{\substack{\text{Isı, iş ve kütle ile} \\ \text{transfer edilen net enerji}}} = \underbrace{\Delta E_{\text{sistem}}}_{\substack{\text{İç enerji, kinetik ve} \\ \text{potansiyel enerjilerdeki değişim}}}$$

$$W_{e,\text{giren}} - Q_{\text{çıkan}} - W_s = \Delta U$$

$$W_{e,\text{giren}} - Q_{\text{çıkan}} = \Delta H = m(h_2 - h_1) \qquad (P = \text{sabit})$$

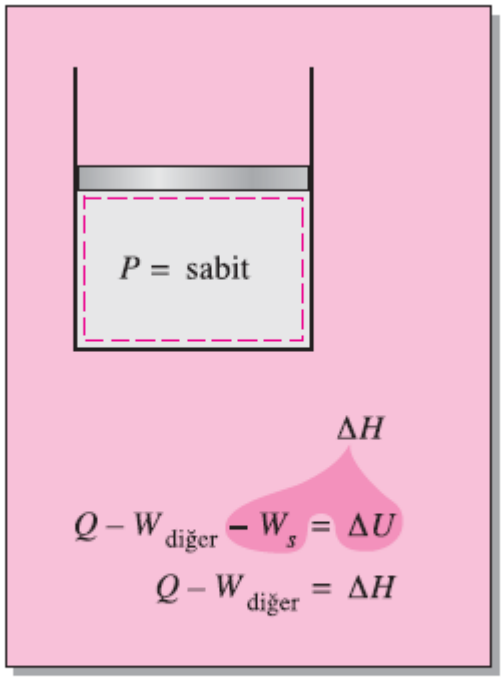
$$7.2\ \text{kJ} - 3.7\ \text{kJ} = (0.025\ \text{kg})(h_2 - 2724.9)\ \text{kJ/kg}$$

$$h_2 = 2864.9\ \text{kJ/kg}$$

Basınç ve entalpi bilindiği için son durumu tamamen ile belirlenebilir. Son durumdaki sıcaklık,

$$\textit{Hal 2:} \qquad \left.\begin{aligned} P_2 &= 300\ \text{kPa} \\ h_2 &= 2864.9\ \text{kJ/kg} \end{aligned}\right\} \quad T_2 = 200°\text{C}$$

Böylece, hal değişiminin sonunda su buharının sıcaklığı 200˚C olmaktadır.



Sabit basınçta sanki-dengeli bir hal değişiminden geçen kapalı sistem için $\Delta U + W_s = \Delta H$ olur.

Özgül ısılar:

- ✓ Özgül ısı bir maddenin birim kütlesinin sıcaklığını bir derece artırmak için gerekli enerjidir.
- ✓ Genellikle bu enerji, durum değişiminin nasıl gerçekleştiğine bağlı olarak farklı olacaktır.
- ✓ Termodinamikte iki özgül ısı tanımı yaygın olarak kullanılır: sabit hacimde özgül ve c_v sabit basınçta özgül c_p
- ✓ Tanımından hareketle özgül ısının biriminin J/kgK olduğu görülür
- ✓ Bu birimin J/kg°C yazılması durumunda değerin değişmeyeceği görülür

Özgül ısı/ların TD1Y kavaramı içinde tanımı;

$$\delta q - \delta w = du$$

Eğer d.d v = koşulunda gerçekleşiyorsa, hareketli sınır işi yoktur ve

$$\delta q = du$$

Olacaktır. Yani sisteme verilen ısı, $c_v dT$ kadar olacaktır.

1 K artırmak için c_v

dT artırmak için $c_v dT$ kadar ısı vermek gerekecek

$$c_v dT = du$$

Buradan

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$$

Sabit hacimde özgül ısıdır.

- Benzer durum, sabit basınç için olursa, durum değişimimin sabit basınçta gerçekleşmesi için hareketli sınır işi olmalıdır.

$$\delta q - \delta w = du$$
$$\delta q - p(v_2 - v_1) = du$$
$$\delta q = du + p(v_2 - v_1)$$
$$\delta q = dh$$

Buradan,

$$c_p dT = dh$$

$$c_p = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_p$$

$$c_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$$

= sabit hacimde, iç enerjinin sıcaklıkla değişimi

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p$$

= sabit basınçta entalpinin sıcaklıkla değişimi

İdeal Gazlarda, *u = u(T)* olduğu deneysel olarak kanıtlanmıştır (Joule 1843)

$$\left.\begin{aligned} h &= u + Pv \\ Pv &= RT \end{aligned}\right\} \quad h = u + RT$$

Olduğu görülür ve buradan da; R sabit olduğuna göre *h =h(T)* olur. Buradan

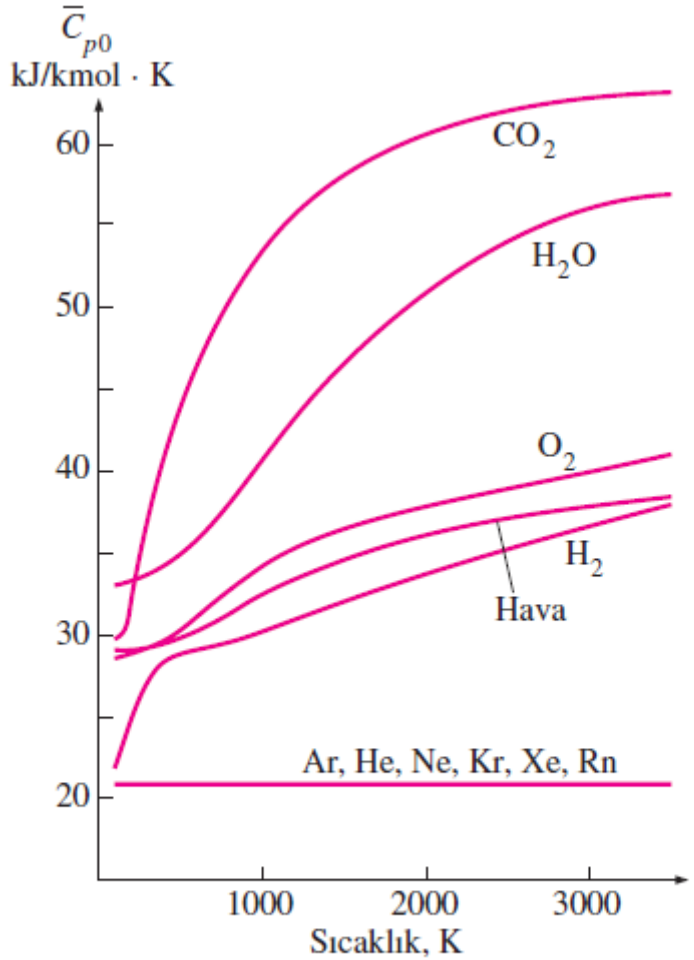
$$du = c_v(T)\, dT$$

$$dh = c_p(T)\, dT$$

Olur.

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 c_v(T)\, dT$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_1^2 c_p(T)\, dT$$



Bazı gazların mükemmel gaz özgül ısıları

Burada, $\overline{c_{po}}$ sıfır basınçta özgül ısıdır.

Tekrar

$$h = u + RT$$

$$dh = du + R\, dT$$

$$c_p dT = c_v dT + R dT$$

$$c_p = c_v + R$$

$$\bar{c}_p = \bar{c}_v + R_u$$

Özgül ısılar oranı

$$k = \frac{c_p}{c_v}$$