

4.2 Newton-Raphson Yöntemi

Bu yöntemde $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, n$ şeklinde verilen lineer olmayan denklem sistemi

$$f = f(x) \approx f(x^{(k)}) + f'(x^{(k)})(x - x^{(k)}) \quad (4.1)$$

şeklinde yazılır. Burada

$$x^{(k)} = \{x_1^{(k)} \quad x_2^{(k)} \quad \dots \quad x_n^{(k)}\}^T, \quad f'(x^{(k)}) = J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

(4.1)
Burada J , Jakobiyen (Jacobian) olarak adlandırılır. (4.4) ifadesi

$$f(x^{(k+1)}) \approx f(x^{(k)}) + J(x^{(k)})(x^{(k+1)} - x^{(k)}) = 0 \quad (4.3)$$

şeklinde düzenlenirse, iterasyon için gerekli bağıntı

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - J^{-1}(x^{(k)}) f(x^{(k)}) \quad (4.4)$$

veya

$$\Delta x^{(k)} = J^{-1}(x^{(k)}) f(x^{(k)}), \quad x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x^{(k)} \quad (4.5)$$

şeklinde elde edilir. $\|x_i^{(k+1)} - x_i^{(k)}\| \leq \varepsilon$ şartı sağlanıncaya kadar iterasyona devam edilir.

Uygulama-1

Aşağıda verilen denklem sistemini $x_0 = 0.8$, $y_0 = 0.4$ başlangıç şartları ve $\varepsilon = 0.0015$ için Newton-Raphson yöntemiyle çözünüz

$$x^2 + y^2 = x$$

$$x^2 - y^2 = y$$