

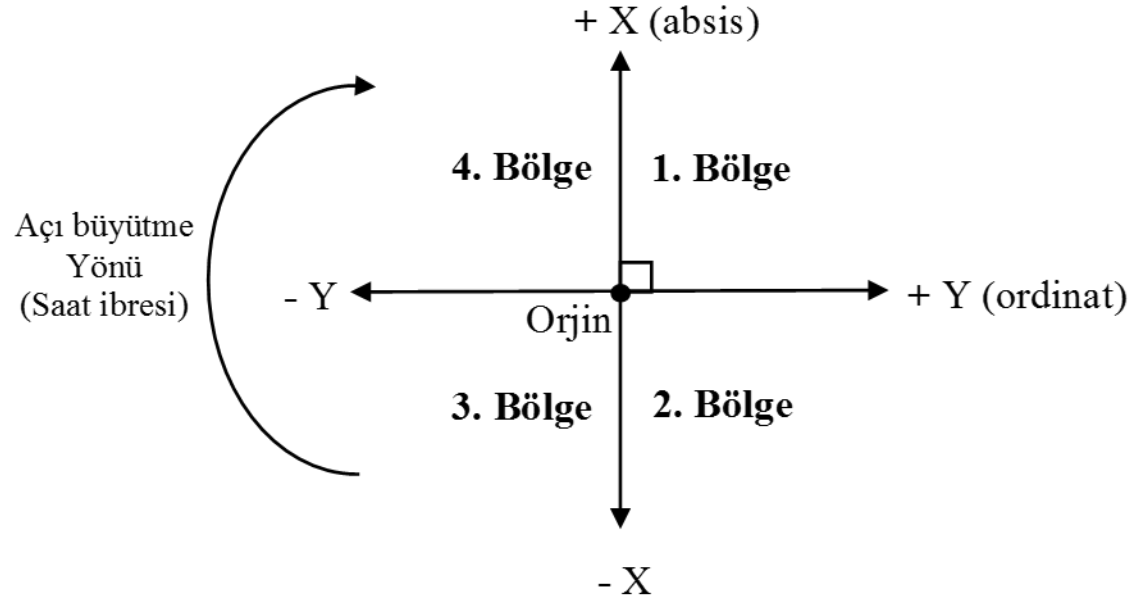
Koordinat Sistemleri

Alan Hesapları

Harita Dik Koordinat Sistemi

Noktaların bir düzlem içinde birbirlerine göre konumlarını belirlemek için, birbirini dik açı altında kesen iki doğru kullanılır. Buna dik koordinat sistemi denir.

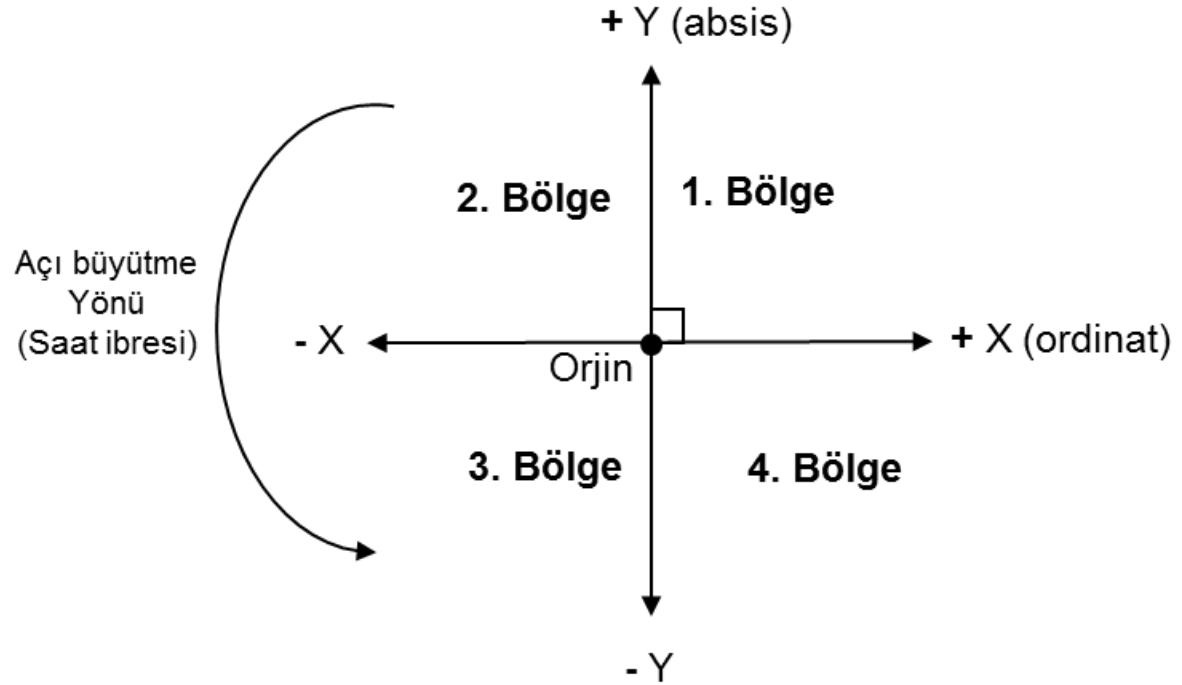
Koordinat eksenleri olarak kuzeye giden yön X eksen, doğu-batı yönündeki eksen ise Y eksenidir. Eksenler birbirine diktir. Eksenlerin kesişme noktasına orijin (başlangıç) noktası adı verilir. Bu sistemde açı büyütme yönü saat ibresi yönüdür. Bir noktanın X eksenine olan uzaklığına Y koordinatı, Y eksenine olan uzaklığına da X koordinatı denir.



Harita Mühendisliğinde dik koordinat sistemi

Harita Dik Koordinat Sistemi

Şekilden görüldüğü gibi X ve Y koordinat eksenleri matematik ve trigonometridekinden farklı olarak X ve Y yer değiştirmiştir.



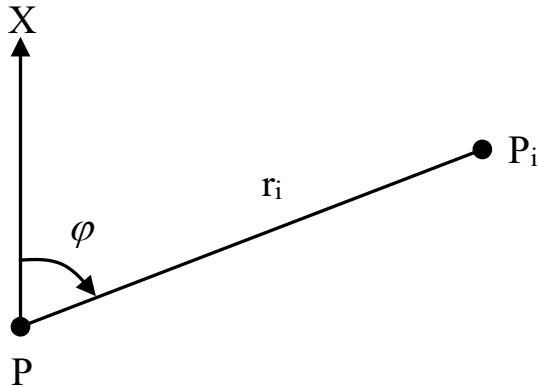
Matematik ve Trigonometri - dik koordinat sistemi

Harita Dik Koordinat Sistemi

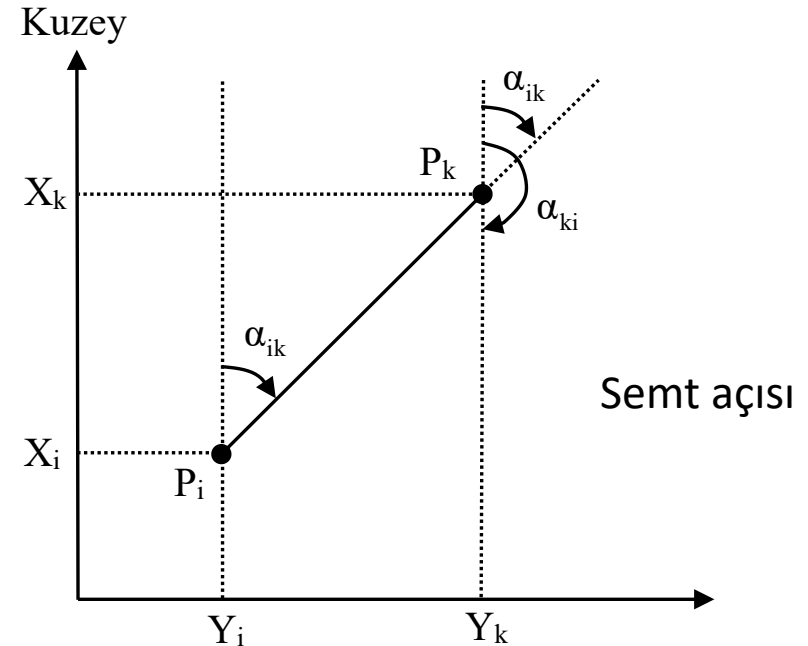
Trigonometride açı büyütme yönü saat ibresinin tersi yönüdür. Bu hareket haritacılıkta kullanılan ölçme aletlerinin açı ölçme bölüm dairelerine ters düşmektedir. Haritacılıkta kullanılan ölçme aletleri ile hesaplamada matematik formüllerin kullanılabilmesi için eksen isimlerinde ve açı büyütme yönünde değişiklik yapılmıştır.

Kutupsal Koordinat Sistemi

Kutupsal koordinatlarda kutup denilen ve ölçüde genelde istasyon noktası olan (P) bir nokta ve bu noktadan geçen bir başlangıç yönü vardır. Bu sistemde bir P_i noktasının yeri; bu noktayı kutup noktasına birleştiren doğrunun başlangıç yönü, yaptığı ϕ açısı ve noktanın kutba olan uzaklığı (r_i) cinsinden belli olur. ϕ açısı genellikle kuzeyi gösteren başlangıç yönünden itibaren saat ibresi yönünde okunur.



Kutupsal koordinat sistemi



Kutupsal Koordinat Sistemi

Koordinatları X_i , Y_i olan bir P_i noktasından koordinatları X_k , Y_k olan bir P_k noktasına giden doğrunun kuzeye bakan X eksenini ile yaptığı ϕ açısına $P_i P_k$ doğrusunun semti denir ve $(P_i P_k)$ ifadesiyle gösterilir . Bir semt, X ekseninin kuzey yönünden itibaren saat ibresi yönünde 0° dan 400° a kadar değerler alabilir. Bu doğrunun iki ucundaki semtler arasında aşağıdaki ilişki vardır.

$$\alpha_{ki} = \alpha_{ik} \pm 200^\circ$$
$$(p_k p_i) = (p_i p_k) \pm 200^\circ$$

Basit Ölçü Aletleriyle Harita ve Planların Yapılması

- Harita yeryüzünde bulunan doğal ve yapay şekillerin (tesislerin) belirli bir ölçeğe (orana) göre küçültülerek kağıt düzlemine çizilmiş bir modelidir.
- Bir harita veya planın yapılabilmesi için haritası yapılacak arazi parçasındaki doğal ve yapay şekillerin (başka bir deyişle noktaların) birbirlerine göre konumlarını belirlemeye yarayacak ölçülerin arazide yapılması gerekir. Arazi ölçü yöntemlerine **Konum belirleme yöntemleri** veya **detay alımı yöntemleri** veya sadece **harita alım yöntemleri** denir.

Basit Ölçü Aletleriyle Arazi Ölçüsü

Küçük arazi parçalarının ölçülmesinde genel olarak basit ölçü aletleri kullanılır. Basit ölçü aletleriyle arazi ölçüsü (alım) üç yöntemle yapılır.

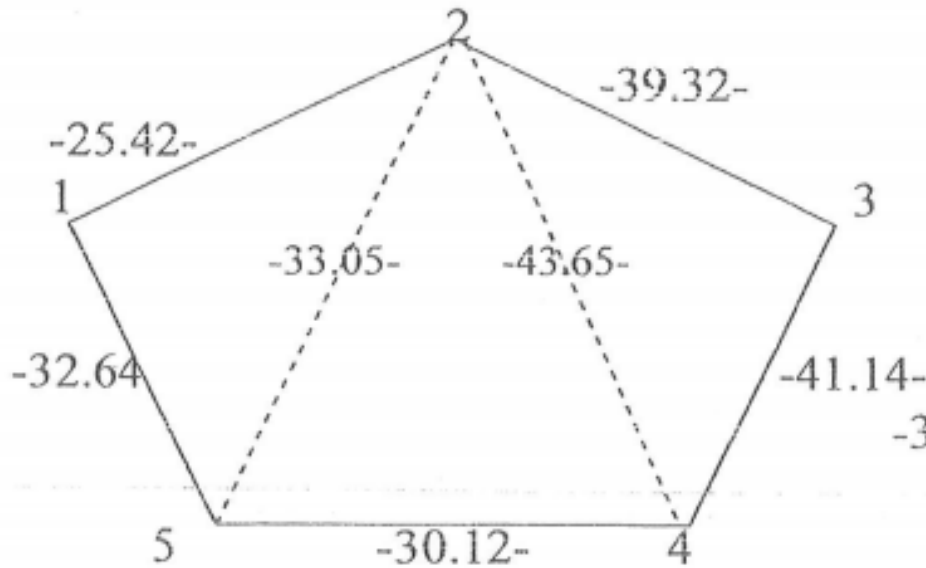
- Bağlama Yöntemiyle Alım
- Dik Koordinat Yöntemiyle Alım (orthogonal alım = Prizmatik alım)
- Kutupsal Koordinat Yöntemiyle Alım

Bağlama Yöntemiyle Alım

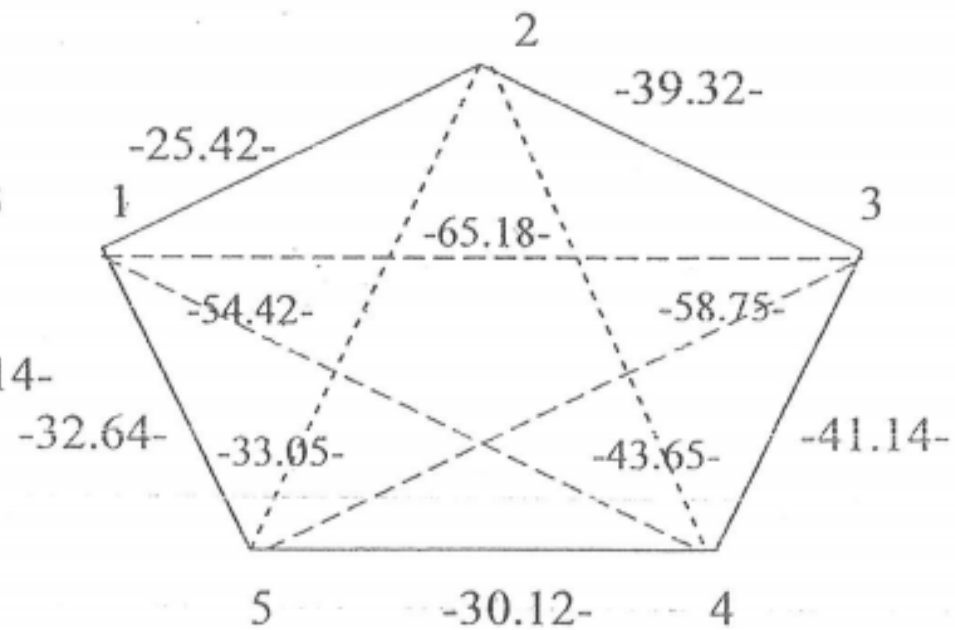
Bu yöntemle arazi ölçüsünde sadece **uzunluklar** ölçülür. Dolayısıyla çelik şerit, çekül, jalon ve fiş gibi aletler kullanılır. Bu yöntemle birbirine göre konumun belirlenmesi istenilen noktalar yardımıyla üçgenler oluşturulur ve **üçgenlerin kenarları** ölçülür. Ölçüler, ölçülecek şeklin çizimine yetebilecek miktarda olmalıdır.

Ayrıca ölçülerin doğruluğunu kontrol edebilmek için mutlaka gereğinden fazla ölçü yapılmalıdır. Bir parselin üçgenlere ayrılarak nasıl ölçüldüğüne bakalım.

Bağlama Yöntemiyle Alım



En az gerekli ölçü



Gereğinden fazla ölçü (kontrol amacıyla)

Bağlama Yöntemiyle Alım

- Ölçüler yaklaşık ölçekli (1/500, 1/1000) bir kroki üzerine yazılır.
- Çizimde ölçülen kenarların pergelle kesiştirilmesi sonucu 1,2,3,4,5 noktaları bulunur. (ölçek dikkate alınarak)

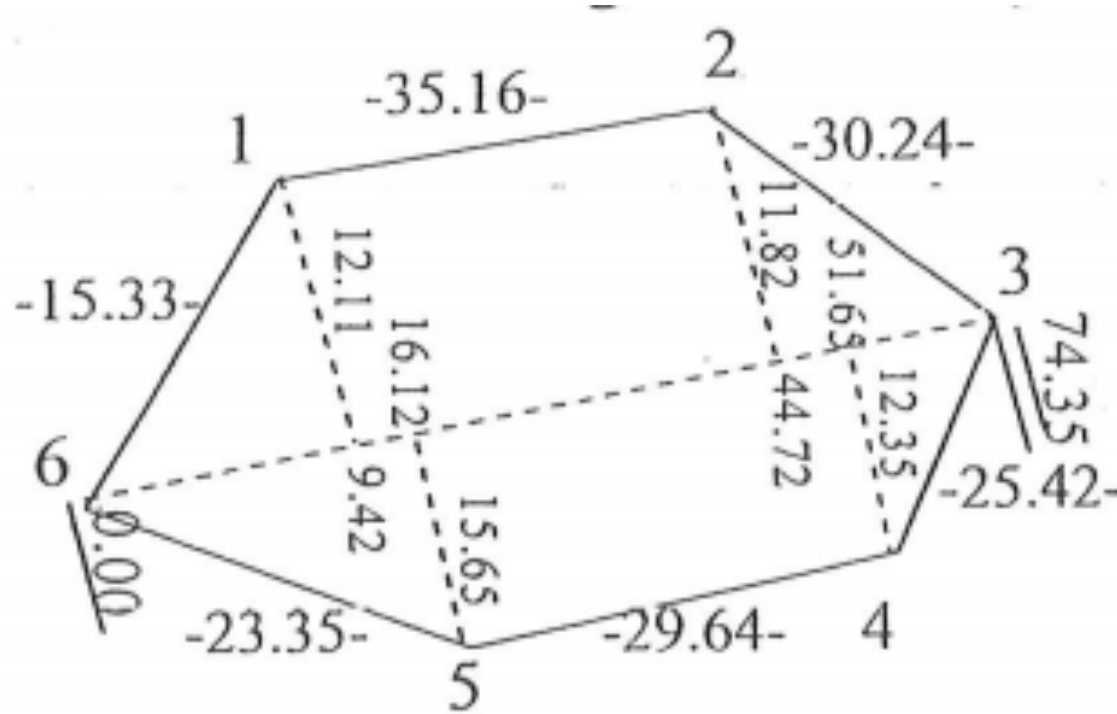
Dik Alım Yöntemi (Prizmatik Alım=Ortogonal Alım)

Bu yöntemle alımda uzunluk ölçü aletlerinin yanında prizmalar kullanılır.

- Ölçülecek sahanın uygun yerlerinden ölçü doğruları seçilir.
- Ölçülmesi istenen noktalardan ölçü doğrularına dikler inilerek dik ayakları işaretlenir.
- Ölçü doğrusu üzerindeki bir başlangıç noktası seçilerek dik ayaklarının başlangıç noktasına olan uzaklıkları yani noktaların apsisleri ve dik düşülen nokta ile dik ayağı arasındaki dik boyunun uzunluğu yani noktaların ordinatları ölçülür.
- Kontrol amacıyla noktalar arasındaki cepheler ölçülüp Pisagor kontrolleri yapılır.
- Bütün ölçüler yaklaşık ölçekli bir kroki üzerine yazılır.

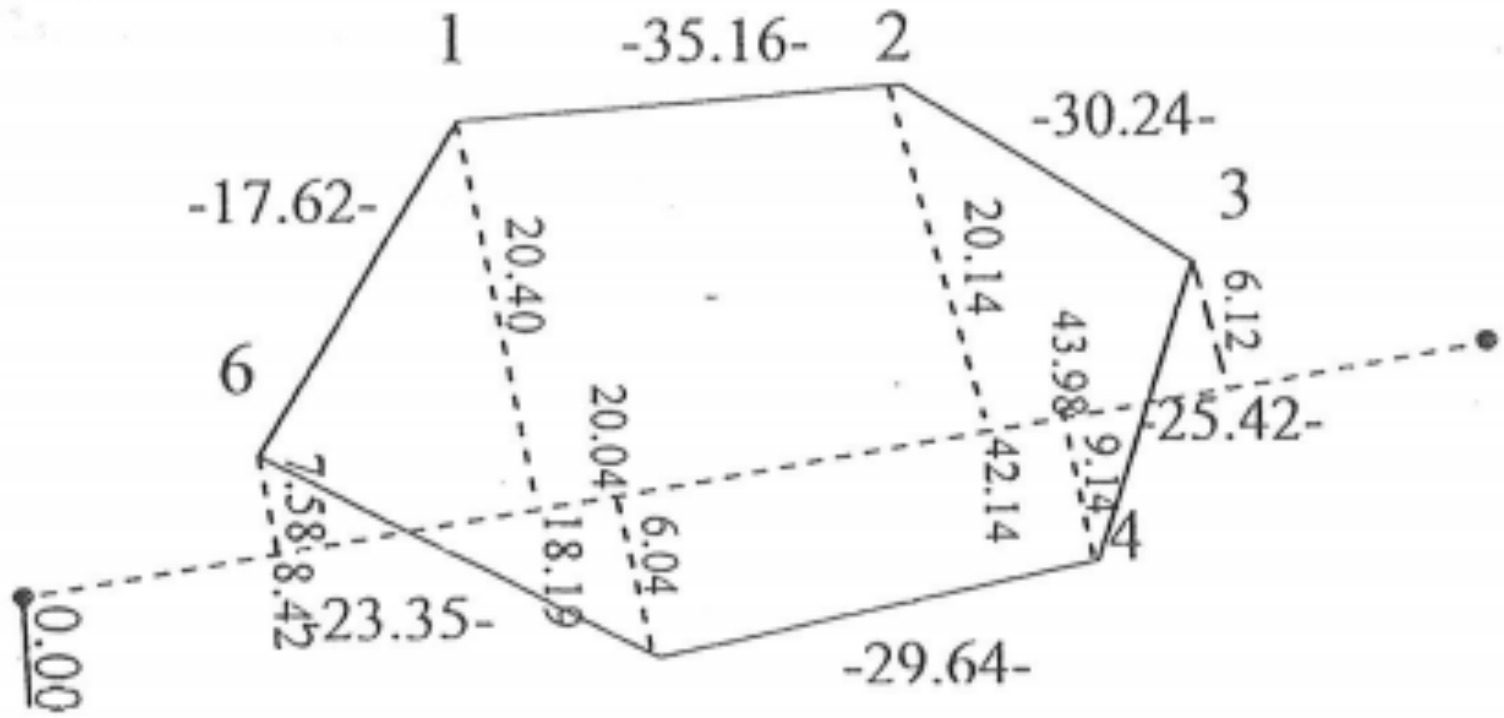
Dik Alım Yöntemi

- Ölçü doğrusu olarak noktalarından herhangi ikisini birleştiren doğru alınabilir.



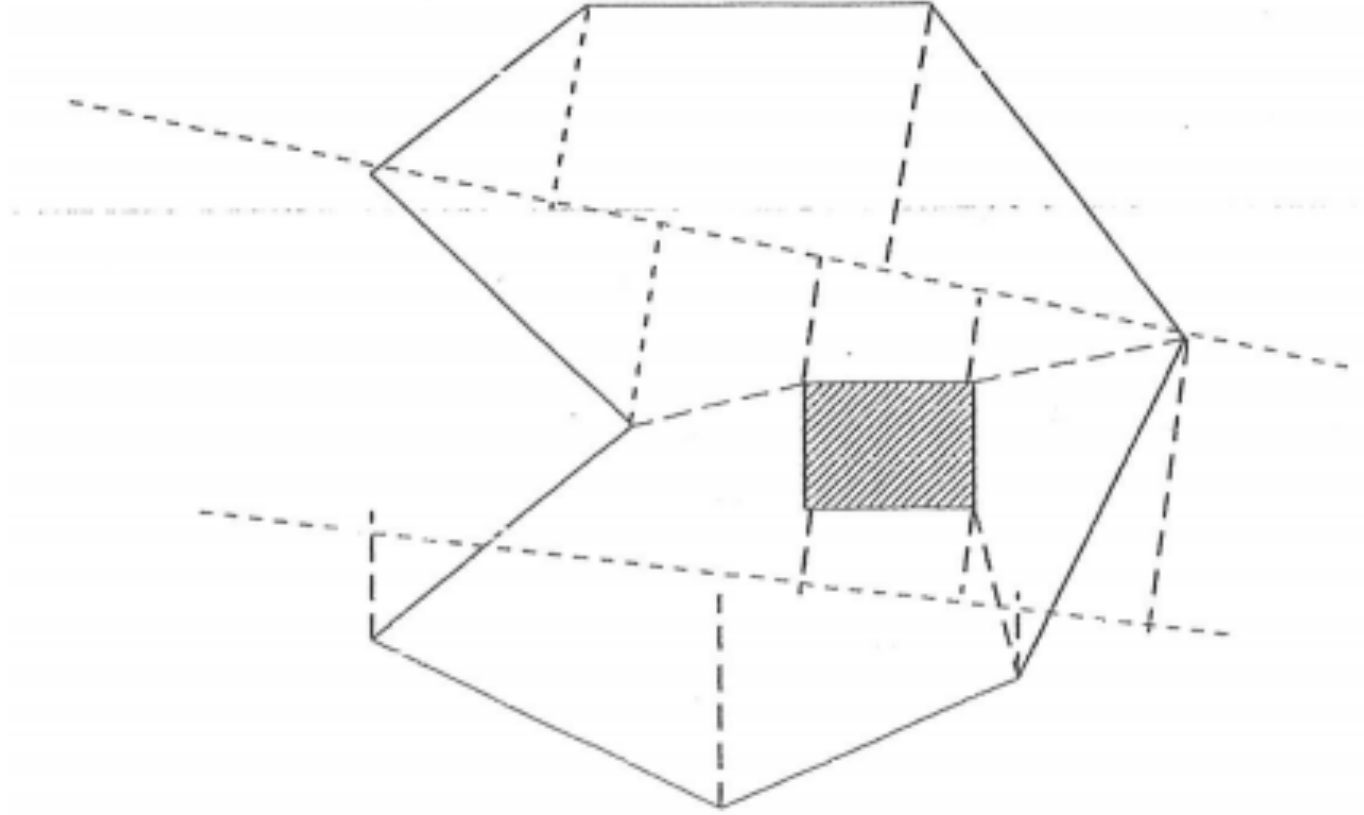
Dik Alım Yöntemi

- Ölçü doğrusu olarak herhangi bir doğru alınabilir.



Dik Alım Yöntemi

- Ölçü sahası büyük ise, birden çok ölçü doğrusu alınır.

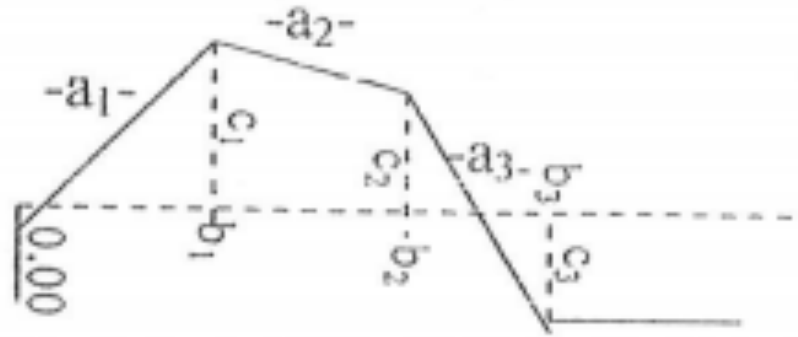


Dik Alım Yöntemi

- b_i : dik ayağı, c_i : dik boyu a_i : cephe olmak üzere;

Üçgende, yamukta ve kelebekte Pisagor kontrolleri gösterilmiştir. d_i lerden hata sınırını aşan varsa arazide alım anında yapılan ilgili işlemler ve ölçüler tekrarlanır.

$$\begin{aligned}d_1 &= a_1 - \sqrt{b_1^2 + c_1^2} \\d_2 &= a_2 - \sqrt{(c_1 - c_2)^2 + (b_2 - b_1)^2} \\d_3 &= a_3 - \sqrt{(c_2 + c_3)^2 + (b_3 - b_2)^2}\end{aligned}$$



Dik Alımda dikkat edilecek hususlar

- İnilen diklerin boyları 30 m den fazla olmamalıdır. Değeri düşük yerlerde 40-50 m ye kadar uzatılabilir.

Prizma ve çıkılan dikler ölçü doğrusu olarak alınmak istenirse bunların üzerlerinden alınarak diklerin boyu 15-20 m den az olmalıdır.

Dik Alımda dikkat edilecek hususlar

- Dik boyları ve dik ayakları mutlaka ölçülmeli, ayrıca mümkünse noktalar arasındaki cephe uzunlukları da ölçülmelidir.

Ölçü doğruları baştan ve sondan ölçü doğru uzunluğunun 1/3 oranında uzatılabilir.

Dik Alımda dikkat edilecek hususlar

- Kırık olmayan kenarlarda sadece başlangıç ve son noktalara dik düşülmelidir.
- Bir ölçü doğrusuna inilen dikler doğrunun sonuna kadar gitmese bile son noktaya kadar sürekli ölçü yapılmalıdır.
- Pisagor kontrolleri de mutlaka ölçü anında yapılmalı, ölçülen hipotenüs ile dik ayak ve dik boylarından hesaplanan hipotenüs arasındaki fark hata sınırını aşarsa ölçü anında hatalı ölçülerin tekrarlanması yoluna gidilir.
(hata sınırı: $d = 0.008\sqrt{S} + 0.0003 * S$)Dik alım (dik koordinat=orthogonal) yöntemde ise prizmalar ile uzunluk ölçü aletleri kullanılır.

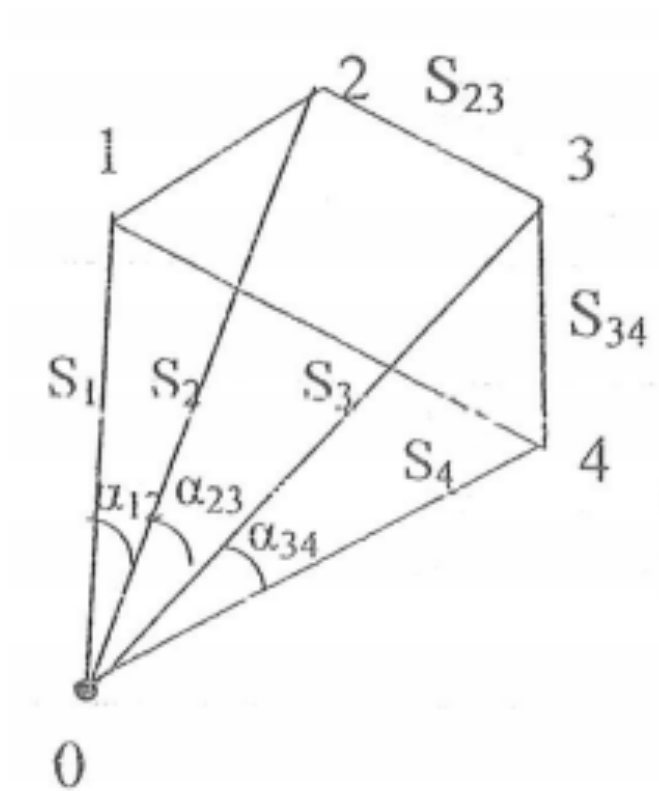
Dik Alımda dikkat edilecek hususlar

- Dik alım yöntemi bağlama yönteminden daha zahmetli görölse de büyük arazi parçalarının ölçüsünde dik alım yöntemi hem daha kolay daha doğru ölçüye imkân verdiğinden tercih edilir.

Çoğu kez, iki yöntemin bir arada kullanıldığı arazi ölçüsü de karşılaşmak mümkündür.

Kutupsal Alım Yöntemi

- Açı ve uzunluk birlikte ölçülür.



Ölçü Krokileri

- Arazide yapılan ölçüler, genellikle 297*420 mm. boyunda ışık geçiren (aydınger) kağıtlara yaklaşık ölçekli olarak işlenirler.
- Yaklaşık ölçek, ölçülecek ayrıntıların kolayca gösterilebilmesine imkân verecek şekilde (1/100, 1/500, 1/1000,...vb.) seçilir.

Ancak řu husus unutulmamalıdır.

- Ölçüleri yapan ve krokiye yazan kişiler ile ölçüleri değerlendirerek çizen kişiler genellikle farklıdır. Bu nedenle krokiye yazılan her rakam ve çizilen her işaret tek anlamlı ve şüpheye meydan vermeyecek şekilde olmalıdır.

Ölçü Krokileri

- Ölçü krokilerinde gösterilecek bütün ayrıntı ve ölçüler yönetmeliklerde belirtilen özel işaret ve gösterimlerine uygun olmalıdır.
- Ölçü doğruları üzerinde apsisler başlangıçtan başlayarak sürekli ölçü şeklinde ve dikin düşüldüğü yönün aksi tarafına ve ölçü doğrusuna dik olarak yazılır.
- İlk ölçünün altına tek son ölçünün altına çift çizgi çizilir.
- Kırık doğruya sürekli ölçü yapılmaz.
- Dik boylarının uzunlukları dikler üzerine ve dike paralel olarak yazılır.
- Cephe ölçüleri ait oldukları cepheye paralel olarak iki kısa çizgi arasına yazılır.

Ölçü Krokileri

- Arazideki eğriler, yeterli sayıda nokta ölçülerek belirlenir ve (e) işareti konur.
- Binaların bütün cepheleri ölçülür. (Diklik dikkate alınmaz)
- Binaların içine kat sayısı ve binanın cinsi yazılır.
- Dere, kanal, göl, duvar gösterilir. Yol ve mevki isimleri yazılır.
- Akarsularda akış yönü gösterilir.
- Ölçü krokisine ait olduğu yer, kroki numarası, tarih ve yapanın adı yazılır.
- Uygun yerine KUZHEY işareti konur.

Arazi Ölçülerinin Çizimi

Ölçü krokisindeki bilgilerin belli bir ölçekte ve özel işaretleri ile kağıt üzerine geçirilmesine **çizim** denir.

- Parsel ölçülerinin çizimi için amaca uygun 1/200, 1/500, 1/1000, 1/1500 gibi ölçeklerden birisi seçilir.
- Planın kağıdın ortasına yerleştirilmesine dikkat edilir.
- Kuzey yönünün kağıdın üst kenarını göstermesi gerekir. Bazı özel amaçlar için bu durum gerekmebilir.
- Önce ölçü doğruları sonra dik ayakları ve ardından dik boyları ölçekli olarak çizilir.
- Harita ve planda gösterilmesi gereken bütün noktalar kağıda yerleştirilir.
- Birleştirilmesi gereken noktalar birleştirilir.

Arazi Ölçülerinin Çizimi

- Kontrol ölçüleriyle yapılan iş denetlenir.
- Haritaya geçirilmesi gereken noktalar ve kenarlar mürekkeplenir. Bunların dışında kalan ölçü doğruları, dikler, ölçü ve kontrol için işaretlenmiş diğer bilgiler silinir.
- Resmi binalar taranır ve adları yazılır. Yol, dere, mevki isimleri yazılır.
- Uygun yere kuzey işareti konur ve ölçek yazılır.

Noktaların **çizim hassasiyeti 0,2 mm.** civarında olmalıdır. 1/1000 ölçeğinde 20 cm olur.

Ölçek Değiştirme

Fazla hassasiyet gerektirmeyen bazı haritacılık işlerinde, belli bir ölçekte çizilmiş plan ve haritaların ölçeklerinin değiştirilmesi, başka bir deyişle harita ve planların fotokopi yoluyla büyütölüp, küçültölmesi gerekir. Buna sebep:

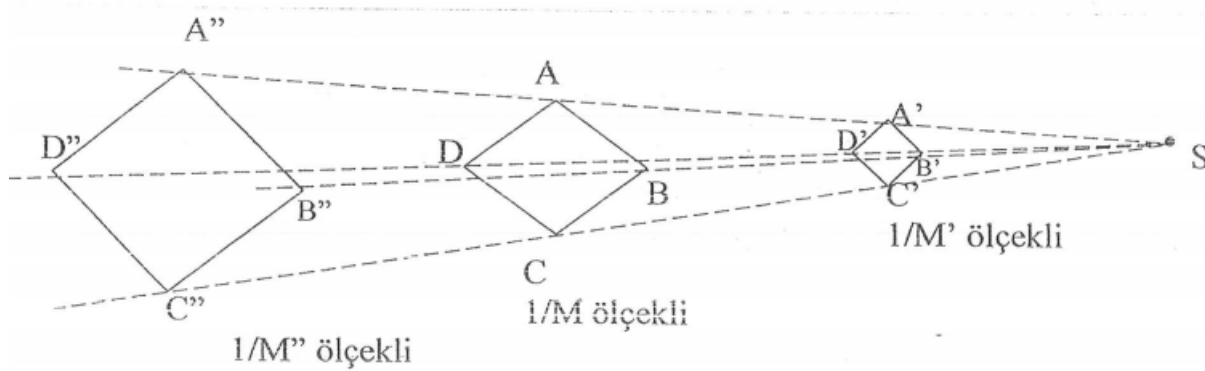
- 1) Yeniden çizim için gerekli ölçü krokileri ve ölçüler kaybolmuş olabilir.
- 2) Yeniden çizim çok külfetli olabilir.

Ölçeğin değiştirilmesi, genellikle plan veya haritanın küçültölmesi yönünde yapılır. Ölçek büyütme harita ve planların doğruluğu yönünde risklidir. Ölçek değiştirme, Grafik yöntemle, Mekanik yöntemle ve Optik yöntemle yapılabilir.

Grafik Yöntemle Ölçek Değişirme

Işınlar Yöntemi:

Ölçeği değiştirilecek $1/M$ ölçekli şekil doğrulardan oluşuyorsa şeklin içinde veya dışında bir S kutup noktası seçilir. Örneğin kutup noktası şeklin dışında seçilirse;



Önce SA, SB, SC ve SD cetvelle hassas şekilde ölçülür. Ölçek faktörü istenen ölçeğe göre $k'=M/M'$, $k''=M/M''$ şeklinde belirlenir.

$SA'=k'*SA$, $SB'=k'*SB$, $SC'=k'*SC$, $SD'=k'*SD$ şeklinde hesaplanır.

$SA''=k''*SA$, $SB''=k''*SB$, $SC''=k''*SC$, $SD''=k''*SD$ olacak şekilde A',B',C',D' ve/veya A'',B'',C'',D'' noktaları işaretlenip birleştirilir.

$A'B'=k'*AB$ $D'C'=k'*DC$ olmuş olur.

Grafik Yöntemle Ölçek Değiştirme

Şeklin köşe noktaları ile kutup noktasını birleştiren ışınlar çizilir. Noktaların merkeze olan uzaklıkları istenilen (k) oranında büyütülüp küçültülerek ışınlar üzerinde işaretlenir.

Bu yöntemle kırık nokta sayısı az olan harita ve planların ölçeği değiştirilebilir.

$1/M = ABCD$ ana şeklin ölçeği

$1/M' = A'B'C'D'$ şeklin ölçeği

$1/M'' = A''B''C''D''$ şeklin ölçeği

Kareleme Yöntemi ile Ölçek Değişirme

Orijinal çizim üzerine ($1/M$) uygun bir kareler ağı çizilir.

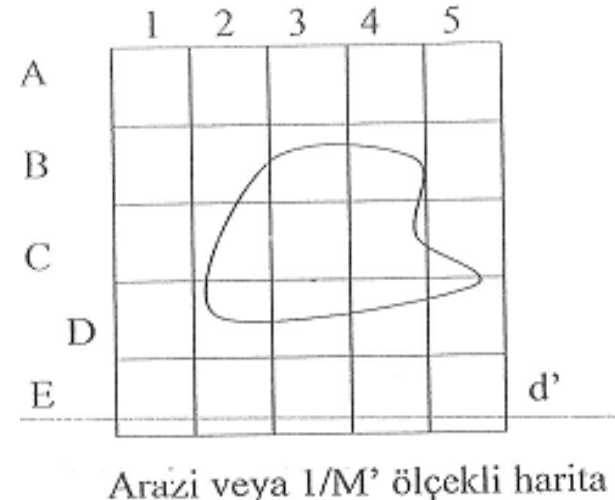
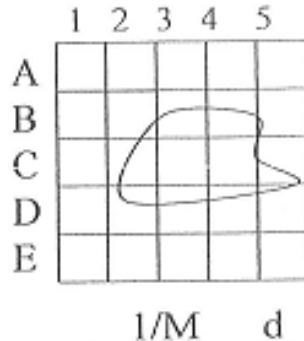
Aynı şekilde büyütülüp küçültülerek çizilmesi istenen plan kağıdı üzerine de kareler ağı çizilir.

Bu kareler ağının kenarlarının uzunluğu $d'=kd$ kadardır.

d =orijinaldeki uzunluk

k =küçültme oranı (veya büyütme oranı)

Şeklin kare kenarlarını kesim noktaları göz kararı veya değiştirme pergeli yardımıyla hazırlanmış kareler ağına taşınır.



Mekanik Yöntemle Ölçek Değiştirme

Ayrıntıları fazla ve eğri çizgili plan ve haritanın ölçeklerinin değiştirilmesinde (büyütölüp küçültölmesinde) Pantoęraf denilen aletler kullanılır.

Optik Yöntemle Ölçek Değiştirme

Optik yöntemler mekanik yöntemden daha hızlı ve daha hassas bir şekilde ölçek değiştirilebilir. Bu aletlere optik pantoğraf adı verilir.

Alan Hesapları

Yapılan arazi ölçüleri ve haritalar çoğu durumda arazi parçalarının alanlarının hesaplanmasında kullanılır. Alan hesapları üçe ayrılır:

- Ölçü değerlerine göre alan hesabı (arazi ölçüleri)
- Ölçü ve plan değerlerine göre alan hesabı
- Plan değerlerine göre alan hesabı (harita)

Yöntemler içerisinde en doğru sonuç vereni ölçü değerlerine göre alan hesabıdır. Çünkü alanın doğruluğuna sadece ölçü hataları etki etmektedir. Bu yöntemde alanı hesaplanacak parsellerin belirli bir ölçekte çizilmesine gerek yoktur. Diğer yöntemlerde alan hesabı yapılacak parseller belli bir ölçekte çizilmiş olmalıdır. Bu yöntemlerde çizim hatası, çizim altlığının deformasyonu, cetvelle yapılan ölçme hatası alan hesabını etkiler.

Ölçü Değerlerine Göre Alan Hesabı

Bu yöntemde arazide yapılan ölçülere ait değerlerden yararlanılır.

Parsel alanları;

- Geometrik şekillere ayırarak
- Parsel köşe noktalarının koordinatlarından yararlanarak
- Planimetre ile

bulunabilir.

Geometrik Şekillere Ayırarak Alan Hesabı

Bu yöntem hem arazi ölçülerinden hem de haritalardan alan bulmak için kullanılır.

a) Üçgen şeklinde bir parselin alanı

- Üç kenarı ölçülmüş ise

$$F = \sqrt{U(U-a)(U-b)(U-c)}$$

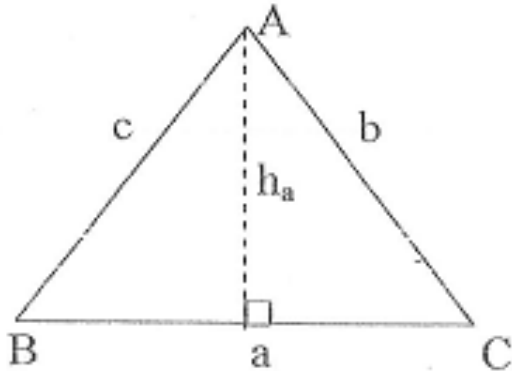
$$U = (a+b+c)/2$$

- Bir kenarı ve buna ait yükseklik ölçülmüş ise

$$F = (a \cdot h_a)/2 \quad F = (b \cdot h_b)/2 \quad F = (c \cdot h_c)/2$$

$$F = f \cdot M^2$$

f : haritadaki alan , F : arazideki alan



- Üçgenin iki kenarı ve arasındaki açısı ölçülürse

$$F = (1/2) a b \sin C$$

$$F = (1/2) b c \sin A$$

$$F = (1/2) a c \sin B$$

Geometrik Şekillere Ayırarak Alan Hesabı

Dikdörtgen şeklinde parselin alanı

$$F = a * b$$

Yamuk şeklinde bir parselin alanı

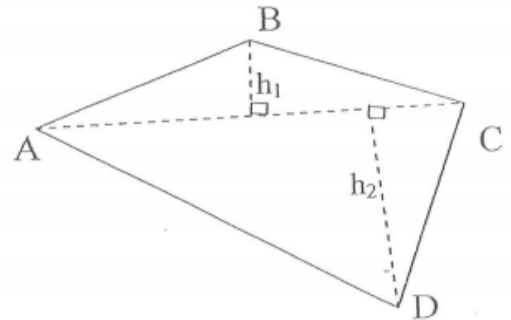
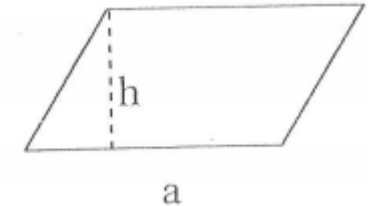
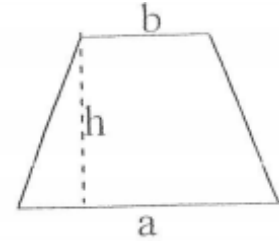
$$F = \frac{a + b}{2} * h$$

Paralelkenar şeklinde bir parselin alanı

$$F = a * h$$

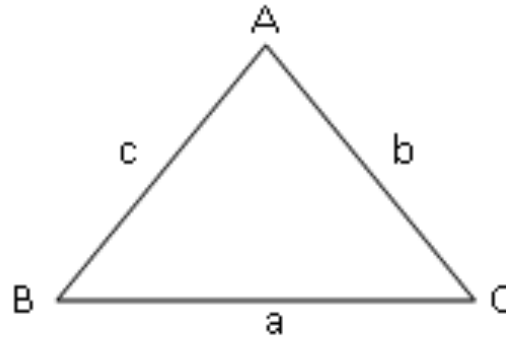
Herhangi bir dörtgenin alanı

$$F = \frac{h_1 + h_2}{2} * AC$$



Alımın Bağlama Yöntemi İle Yapıldığı Durumlarda Alan Hesabı

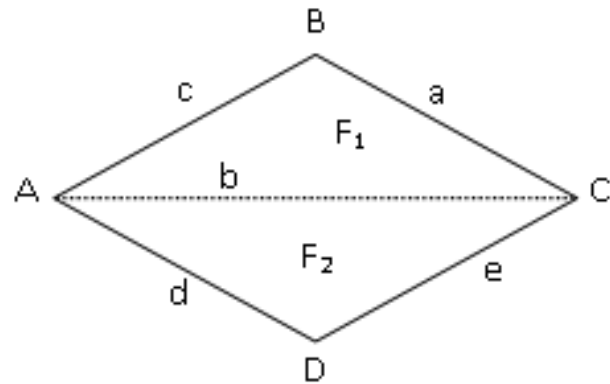
Bu yöntemde alımı yapılmış parsellerin alan hesabında üç kenarı belli olan üçgenin alan bağıntısından yararlanılır. Üç kenarı belli bir üçgenin alanı



$$s = \frac{a + b + c}{2}$$

$$F = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$$

Örnek: Aşağıdaki ABCD parselinin alımı bağlama yöntemiyle yapılmıştır. Parselin kenarları $a = 25.40$ m, $b = 36.55$ m, $c = 16.80$ m, $d = 27.82$ m, $e = 21.25$ m olarak ölçüldüğüne göre parselin alanını hesaplayınız.



$$s_1 = \frac{a + b + c}{2} = \frac{25.40 + 36.55 + 16.80}{2} = 39.37 \text{ m}$$

$$F_1 = \sqrt{s_1 \cdot (s_1 - a) \cdot (s_1 - b) \cdot (s_1 - c)}$$

$$F_1 = \sqrt{39.37 \cdot (39.37 - 25.40) \cdot (39.37 - 36.55) \cdot (39.37 - 16.80)} = 187.33 \text{ m}^2$$

$$s_2 = \frac{b + d + e}{2} = \frac{36.55 + 27.82 + 21.25}{2} = 42.81 \text{ m}$$

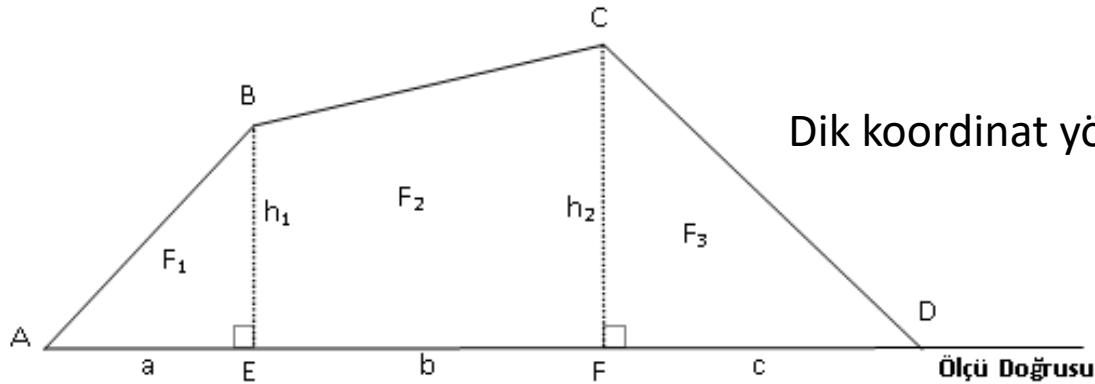
$$F_2 = \sqrt{s_2 \cdot (s_2 - b) \cdot (s_2 - d) \cdot (s_2 - e)}$$

$$F_2 = \sqrt{42.81 \cdot (42.81 - 36.55) \cdot (42.81 - 27.82) \cdot (42.81 - 21.25)} = 294.30 \text{ m}^2$$

$$F = F_1 + F_2 = 481.63 \text{ m}^2$$

Alımın Dik Koordinat Yöntemi İle Yapıldığı Durumlarda Alan Hesabı

Bu durumda parsel alanı yamuk ve üçgen alanlarından yararlanarak hesaplanabileceği gibi sadece üçgen alanlarından yararlanarak hesaplanabilir. Şekilde AEB ve CDF dik üçgen, BCFE bir dik yamuktur.



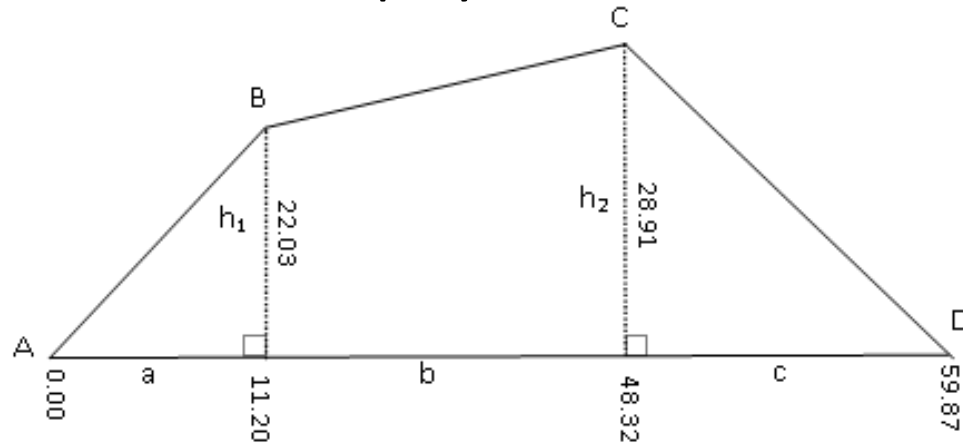
Dik koordinat yöntemiyle alan hesabı

$$F_1 = \frac{a \cdot h_1}{2} \quad F_2 = \frac{b \cdot (h_1 + h_2)}{2} \quad F_3 = \frac{c \cdot h_2}{2} \quad F = F_1 + F_2 + F_3$$

$$2F = a \cdot h_1 + b \cdot (h_1 + h_2) + c \cdot h_2$$

$$2F = h_1 \cdot (a + b) + h_2 \cdot (b + c) \text{ Thomson alan Bağıntısı}$$

Örnek: Aşağıdaki ABCD parselinin alımı dik koordinat yöntemiyle yapılmıştır. Parsele ait ölçüler (metre biriminde) krokide gösterilmiştir. Buna göre parselin alanını hesaplayınız.



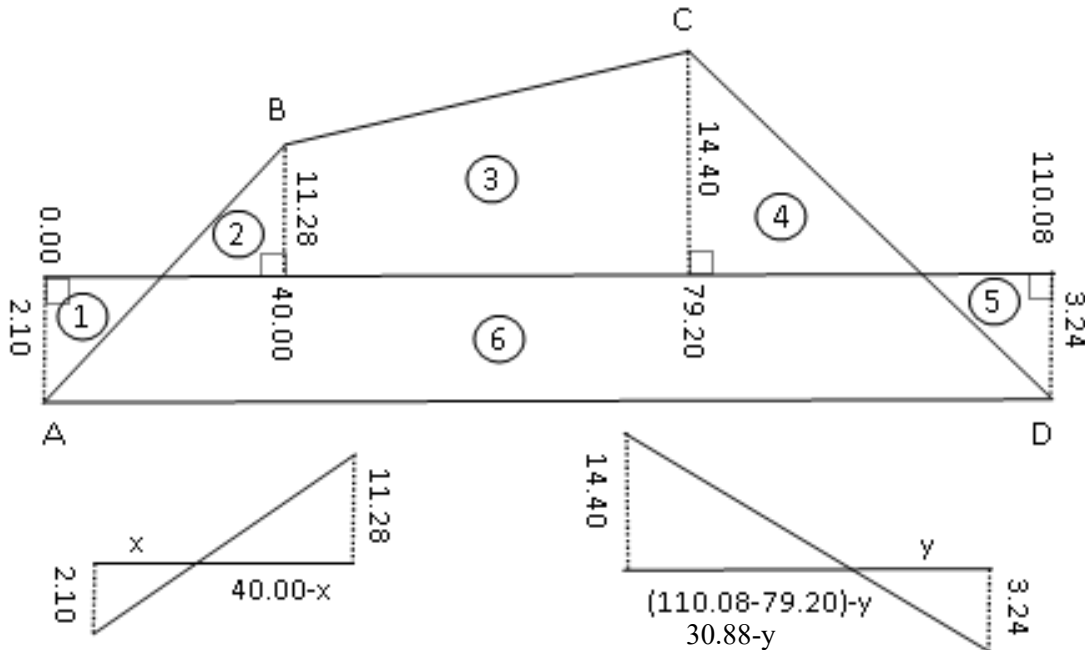
$$F_1 = \frac{a \cdot h_1}{2} = \frac{(11.20 - 0.00) \cdot 22.03}{2}$$

$$F_2 = \frac{b \cdot (h_1 + h_2)}{2} = \frac{(48.32 - 11.20) \cdot (22.03 + 28.91)}{2}$$

$$F_3 = \frac{c \cdot h_2}{2} = \frac{(59.87 - 48.32) \cdot 28.91}{2}$$

$$F = F_1 + F_2 + F_3 = 1235.77 \text{ m}^2$$

Örnek: Aşağıdaki ABCD parselinin alımı dik koordinat yöntemiyle yapılmıştır. Parsele ait ölçüler (metre biriminde) krokide gösterilmiştir. Buna göre parselin alanını hesaplayınız.



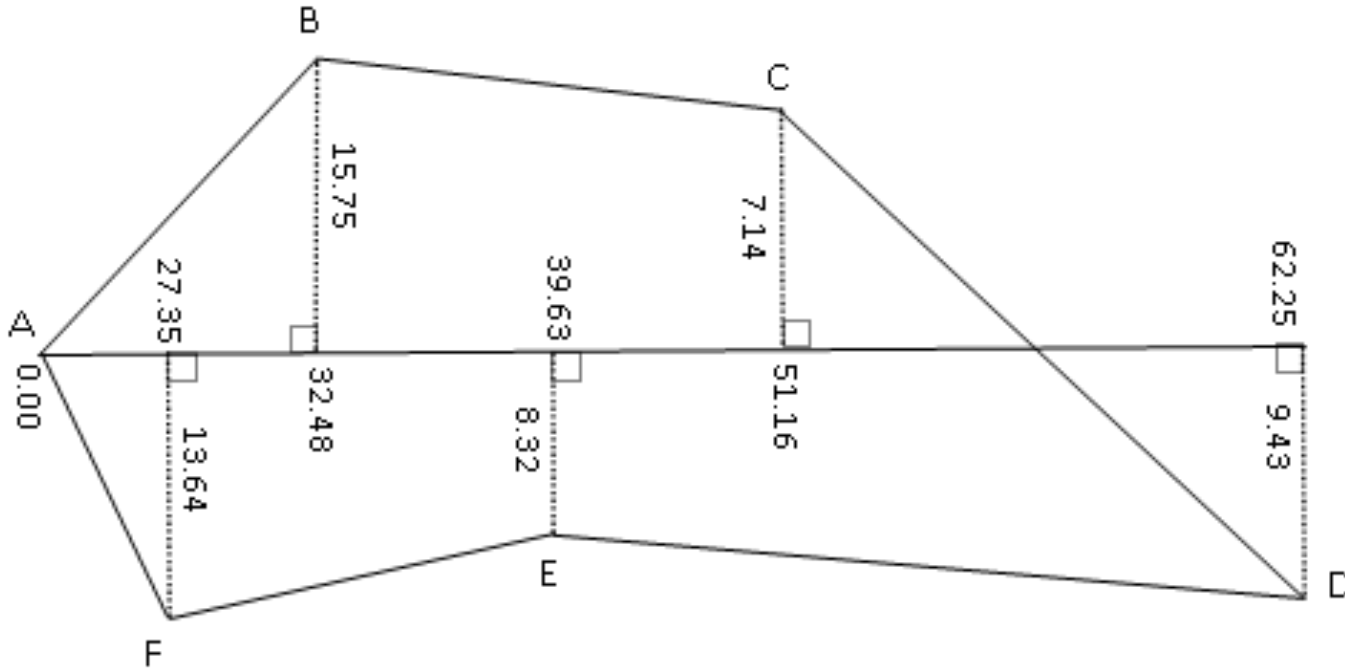
$$\begin{aligned} 1' \text{ in alanı} & \frac{2.10 \cdot 6.05}{2} = 6.35 \text{ m}^2 \\ 2' \text{ nin alanı} & \frac{33.95 \cdot 11.28}{2} = 191.48 \text{ m}^2 \\ 3' \text{ ün alanı} & 39.20 \cdot \left(\frac{14.40 + 11.28}{2} \right) = 503.33 \text{ m}^2 \\ 4' \text{ ün alanı} & \frac{14.40 \cdot 25.21}{2} = 181.51 \text{ m}^2 \\ 5' \text{ ün alanı} & \frac{5.67 \cdot 3.24}{2} = 9.19 \text{ m}^2 \\ 6' \text{ nın alanı} & 110.08 \cdot \left(\frac{2.10 + 3.24}{2} \right) = 293.91 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\frac{2.10}{11.28} = \frac{x}{40.00 - x} \rightarrow x = 6.05$$

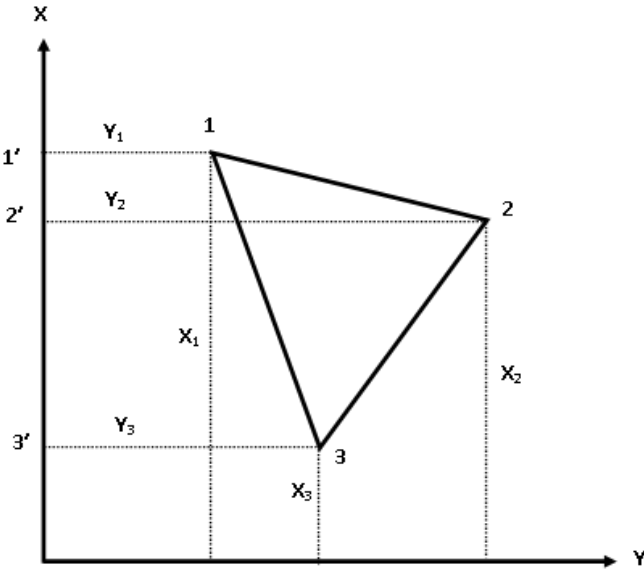
$$\frac{3.24}{14.40} = \frac{y}{30.88 - y} \rightarrow y = 5.67$$

$$F = 2 + 3 + 4 + 6 - (1 + 5) = 1154.69 \text{ m}^2$$

Örnek: Aşağıdaki ABCDEF parselinin alımı dik koordinat yöntemiyle yapılmıştır. Parsele ait ölçüler (metre biriminde) krokide gösterilmiştir. Buna göre parselin alanını hesaplayınız (Cevap: 979 m²).



Koordinatlarla Alan Hesabı



Gauss alan hesabı

$$F_{\text{alan}} = 122'1' \text{ yamuk alanı} + 2'233' \text{ yamuk alanı} - 1'133' \text{ yamuk alanı}$$

$$2F = (X_1 - X_2)(Y_1 + Y_2) + (X_2 - X_3)(Y_2 + Y_3) - (X_1 - X_3)(Y_1 + Y_3) \text{ bağıntı genelleştirilirse}$$

$$2F = \sum (X_i - X_{i+1})(Y_i + Y_{i+1})$$

$$2F = X_1 \cdot Y_1 + X_1 \cdot Y_2 - X_2 \cdot Y_1 - X_2 \cdot Y_2 + X_2 \cdot Y_3 - X_2 \cdot Y_2 - X_3 \cdot Y_3 - X_1 \cdot Y_1 - X_1 \cdot Y_3 + X_3 \cdot Y_1 + X_3 \cdot Y_3$$

Bu ifadeyi X parantezine alırsak

$$2F = X_1 \cdot (Y_2 - Y_3) + X_2 \cdot (Y_3 - Y_1) + X_3 \cdot (Y_1 - Y_2)$$

$$2F = \sum X_i \cdot (Y_{i+1} - Y_{i-1})$$

Yukarıdaki ifadeyi X parantezine alırsak

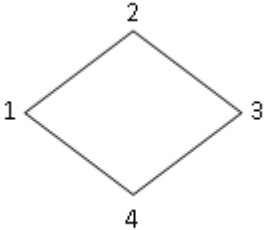
$$2F = Y_1 \cdot (X_3 - X_2) + Y_2 \cdot (X_1 - X_3) + Y_3 \cdot (X_2 - X_1)$$

$$2F = \sum Y_i \cdot (X_{i-1} - X_{i+1})$$

$$2F = -\sum Y_i \cdot (X_{i+1} - X_{i-1})$$

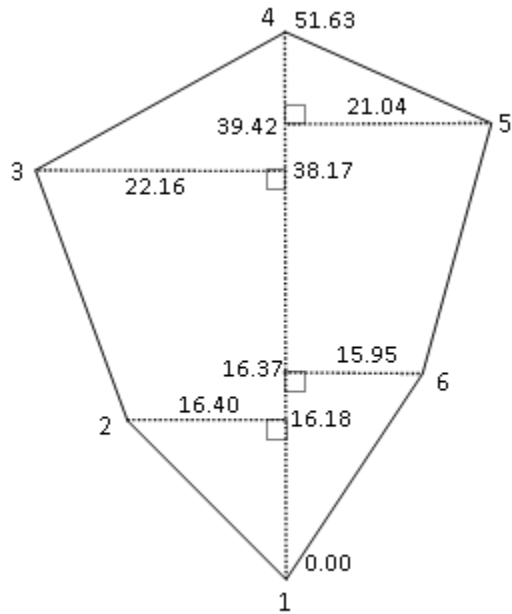
Örnek: Aşağıda koordinatları ve şekli verilen parselin alanını Gauss Alan bağıntısı ile kontrollü olarak hesaplayınız

No	Y (m)	X (m)
1	8032.66	6060.47
2	8073.98	6111.09
3	8110.96	6064.70
4	8042.87	6013.39

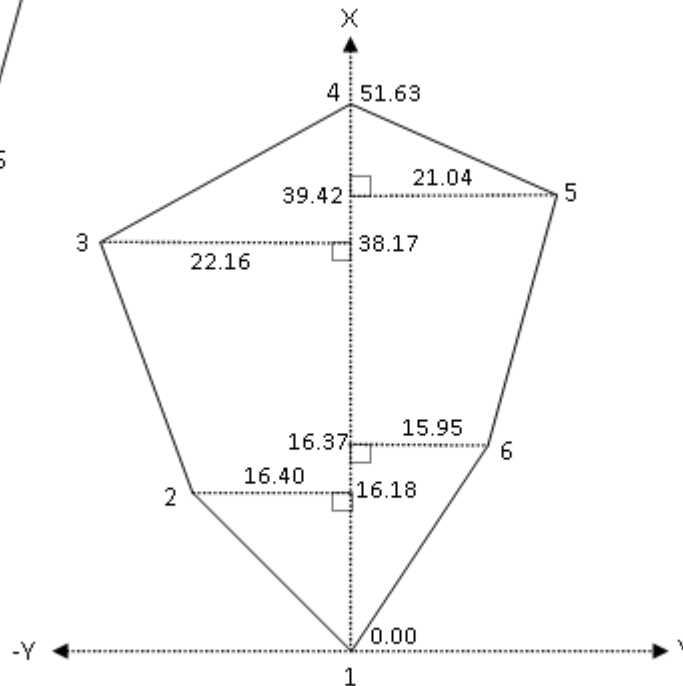


No	Y (m)	X (m)	$\Delta Y = Y_{i+1} - Y_{i-1}$	$\Delta X = X_{i+1} - X_{i-1}$	$X \cdot \Delta Y$	$Y \cdot \Delta X$
1	8032.66	6060.47				
2	8073.98	6111.09	$(Y_3 - Y_1) \quad 78.30$	$(X_3 - X_1) \quad -4.23$	8698.35	-312.94
3	8110.96	6064.70	$(Y_4 - Y_2) \quad -31.11$	$(X_4 - X_2) \quad 97.70$	-2012.82	10840.79
4	8042.87	6013.39	$(Y_1 - Y_3) \quad -78.30$	$(X_1 - X_3) \quad 4.23$	-1048.44	181.34
1	8032.66	6060.47	$(Y_2 - Y_4) \quad 31.11$	$(X_2 - X_4) \quad -97.70$	1881.22	-3190.88
2	8073.98	6111.09			2F = 7518.31	2F = 7518.31
			Toplam = 0.00	Toplam = 0.00	F = 3759.16 m²	

Örnek: Aşağıda şekli verilen parselin alanını Gauss Alan bağıntısı ile kontrollü olarak hesaplayınız.



No	Y (m)	X (m)
1	0.00	0.00
2	-16.40	16.18
3	-22.16	38.17
4	0.00	51.63
5	21.04	39.42
6	15.95	16.37

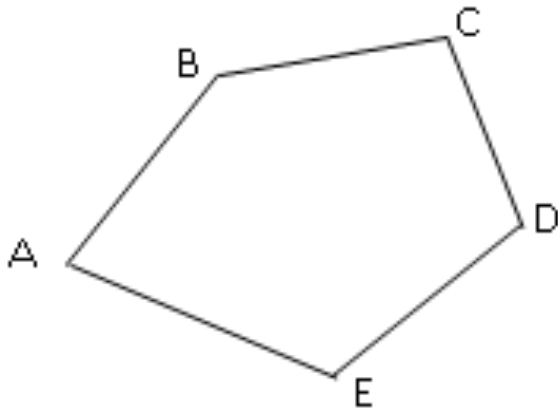


Çözüm: Bu parselin alanını hesaplayabilmek için parseli dik koordinat sisteminde temsil edebilecek eksenleri tanımlamak gerekir. Eksenler tanımlandıktan sonra noktalara ait dik koordinatlar, dik boy ve dik ayaklardan yararlanarak belirlenir.

Parselin Alanı
 $F = 1391.09 \text{ m}^2$

Örnek: Aşağıda köşe noktalarının koordinatları verilen parselin alanını Gauss alan formülleriyle ara işlemleri göstererek kontrollü olarak bulunuz. Cevap: 740.92 m²

No	Y (m)	X (m)
A	301,36	116,71
D	348,19	125,22
C	335,62	139,43
B	328,43	134,56
E	312,66	103,54



Örnek: Aşağıda koordinatları verilen parselin şeklini çiziniz ve alanını Gauss alan formülleriyle hesaplayınız. Cevap: 3060.68 m²

No	Y (m)	X (m)
1	0.00	0.00
2	20.10	20.55
3	55.20	25.50
4	88.25	12.20
5	105.17	-17.78
6	73.18	-14.40
7	41.25	-19.83

Örnek: Aşağıda koordinatları verilen parselin şeklini çizin ve alanını Gauss alan formülleriyle hesaplayınız. Cevap: 16500 m²

No	Y (m)	X (m)
1	100	200
2	200	300
3	300	250
4	250	180
5	150	150