



T.C.
KARADENİZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ



Mühendislik İstatistiği-I / Bazı Önemli Kesikli Dağılımlar-II

DR. ÖĞR. ÜYESİ FATMA BETÜL YENİ

Negatif Binom Dağılımı

Tanım: Bağımsız Bernoulli denemelerinin bir dizisinde her bir deneme için başarı olasılığı p olmak üzere $K \geq 1$ başarının elde edilmesi için gereken denemelerin sayısı olan X rasgele değişkenine negatif binom rasgele değişkeni denir.

Not: Negatif binom dağılımında başarıların sayısı sabittir, denemelerin sayısı bir rasgele değişkendir; Binom dağılımında ise denemelerin sayısı sabittir, başarıların sayısı bir rasgele değişkendir.

Negatif Binom Dağılımı

Tanım: X, bir tek denemede başarı olasılığı p ve başarısızlık olasılığı 1-p=q olan negatif binom rasgele değişkeni ise, K başarının gerçekleşmesini sağlayan X'in olasılık fonksiyonu şu şekildedir;

$$f(x) = P(X=x) = \binom{x-1}{K-1} p^K \cdot (1-p)^{x-K}, \quad x = K, K+1, \dots$$

Negatif Binom Dağılımı

Örnek: Bir zar atılsın. Yedinci atışta üçüncü kez 6 elde etme olasılığı nedir?

➤ $x = 7$, $K = 3$, $p = 1/6$, $q = 5/6$

$$\begin{aligned} f(x) = P(7. \text{ seferde } 3. \text{ kez } 6 \text{ gelmesi}) &= \binom{7-1}{3-1} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{7-3} \\ &= \binom{6}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 \\ &= 0,033 \end{aligned}$$

Negatif Binom Dağılımı

Teorem: X rasgele değişkeni $\binom{x-1}{K-1} p^K \cdot (1-p)^{x-K}$ olasılık fonksiyonlu negatif binom dağılıma sahip olsun. Bu durumda;

➤ Negatif binom dağılımının ortalaması:

$$\mu = E(X) = \frac{K}{p}$$

➤ Negatif binom dağılımının varyansı:

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = \frac{Kq}{p^2}$$

olarak hesaplanır.

Negatif Binom Dağılımı

İspat: X_1 : İlk başarıya kadar gereken denemelerin sayısı

X_2 : İlk başarıdan ikinci başarıya kadar gereken denemelerin sayısı

...

X_K : (K-1). başarı ile K. başarı arasındaki denemelerin sayısı olsun.

Bu durumda K başarı için gerekli denemelerin toplamı $X = X_1 + X_1 + \dots X_K$ olacaktır.

Burada X_i 'lerin her biri geometrik dağılıma sahip rasgele değişkenler olduğuna göre;

$$E(X) = \underbrace{E(X_1)}_{\frac{1}{p}} + \underbrace{E(X_2)}_{\frac{1}{p}} + \dots + \underbrace{E(X_K)}_{\frac{1}{p}} = \frac{K}{p} \quad \sigma^2(X) = \underbrace{\sigma^2(X_1)}_{\frac{q}{p^2}} + \underbrace{\sigma^2(X_2)}_{\frac{q}{p^2}} + \dots + \underbrace{\sigma^2(X_K)}_{\frac{q}{p^2}} = \frac{Kq}{p^2}$$

Negatif Binom Dağılımı

Örnek: 4 kez 2 elde edinceye kadar bir zar atalım. Gereken atışların sayısının beklenen değeri ve standart sapması nedir?

➤ $K = 4$, $p = 1/6$, $q = 5/6$ olmak üzere

$$X\text{'in beklenen değeri } E(X) = \frac{K}{p} = \frac{4}{1/6} = 24$$

$$X\text{'in varyansı } \text{Var}(X) = \frac{Kq}{p^2} = \frac{4 \cdot 5/6}{1/36} = 120$$

$$X\text{'in standart sapması } \sigma = \sqrt{120} = 10,95$$

Binom Dağılımı & Negatif Binom Dağılımı

X , n ve p parametreleri ile Binom dağılımına sahip olsun. Y ise K ve p parametreleri ile Negatif Binom dağılımına sahip olsun. O halde;

➤ $P(Y \leq n) = P(X \geq K)$

➤ $P(Y > n) = P(X < K)$

Hipergeometrik Dağılım

Tanım: Sonlu sayıda N ögeden oluşan bir kitle (işlem yapılan büyük grup) içindeki belli bir A tipindeki ögelerin sayısı a olsun. Bu kitleden tekrar yerine koymaksızın rasgele çekilen ve n birimden oluşan bir örneklemden A tipine ait ögelerin sayısı X olmak üzere X 'e hipergeometrik rasgele değişken denir.

- Bir kavanozda 4 beyaz 6 siyah top vardır. Tekrar yerine koymaksızın 3 top çektiğimizde, «çekilen siyah topların sayısı»
- 25 erkek ve 15 kadından oluşan bir gruptan 15 kişilik bir örneklem (yerine koymaksızın) seçtiğimizde «seçilen kadınların sayısı» X 'i ifade eder.

Hipergeometrik Dağılım

Tanım: Sonlu sayıda ögeden oluşan bir kitledeki ögelerin sayısı N olsun. Özel bir A tipinden ögelerin sayısı a olsun. Bu kitleden çekilen n birimlik örneklemdaki A tipinden ögelerin sayısını ifade eden X rasgele değişkeninin olasılık fonksiyonu

$$f(x) = P(X = x) = \frac{\binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}} ; x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$x \leq a \text{ ve } n - x \leq N - a$$

Hipergeometrik Dağılım

Örnek: Bir kutuda 3 kusurlu 7 kusursuz parça vardır. Tekrar yerine koymaksızın 3 parça çekiliyor. Çekilen kusurlu parçaların sayısının olasılık fonksiyonunu bulalım.

➤ X rassal değişkeni çekilen kusurlu parçaların sayısı olsun. O halde, $N = 10$, $a = 3$ $n = 3$, $x = 0,1,2,3$ olmak üzere X 'in olasılık fonksiyonu;

$$f(x) = P(X = x) = \frac{\binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{3}{x} \binom{10-3}{3-x}}{\binom{10}{3}}$$

Hipergeometrik Dağılım

$$P(X = 0) = \frac{\binom{3}{0} \binom{10-3}{3-0}}{\binom{10}{3}} = 35/120$$

$$P(X = 1) = \frac{\binom{3}{1} \binom{10-3}{3-1}}{\binom{10}{3}} = 63/120$$

$$P(X = 2) = \frac{\binom{3}{2} \binom{10-3}{3-2}}{\binom{10}{3}} = 21/120$$

$$P(X = 3) = \frac{\binom{3}{3} \binom{10-3}{3-3}}{\binom{10}{3}} = 1/120$$

$X = x$	0	1	2	3
$F(x) = P(X=x)$	35/120	63/120	21/120	1/120

Hipergeometrik Dağılım

Teorem: X rasgele değişkeni $f(x) = \frac{\binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}}$ olasılık fonksiyonlu Hipergeometrik dağılıma sahip olsun. Bu durumda;

➤ Hipergeometrik dağılımın ortalaması:

$$\mu = E(X) = \frac{n \cdot a}{N}$$

➤ Hipergeometrik dağılımın varyansı:

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = \frac{N-n}{N-1} \cdot n \cdot \frac{a}{N} \cdot \left(1 - \frac{a}{N}\right) \text{ dır.}$$

Hipergeometrik Dağılım

İspat:

$$\mu = E(X) = \sum_{x=0}^n x \cdot \frac{\binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}} = \frac{1}{\binom{N}{n}} \sum_{x=0}^n x \cdot \frac{a}{x} \binom{a-1}{x-1} \binom{N-a}{n-x} = \frac{a}{\binom{N}{n}} \sum_{x-1=0}^n \binom{a-1}{x-1} \binom{N-a}{n-x}$$

$$f(x) = \sum_{x=0}^n \frac{\binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}} = 1 \text{ olduğunu biliyoruz. O halde; } \sum_{x=0}^n \binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x} = \binom{N}{n} \text{ olmak üzere}$$

$$\begin{aligned} \mu &= E(X) \\ &= \frac{a}{\binom{N}{n}} \sum_{x-1=0}^n \underbrace{\binom{a-1}{x-1} \binom{N-1-(a-1)}{n-1-(x-1)}}_{\binom{N-1}{n-1}} = \frac{a}{\binom{N}{n}} \cdot \binom{N-1}{n-1} = \frac{a}{\frac{N}{n} \binom{N-1}{n-1}} \cdot \binom{N-1}{n-1} = \frac{a}{\frac{N}{n}} = \frac{\mathbf{a \cdot n}}{\mathbf{N}} \end{aligned}$$

Hipergeometrik Dağılım

İspat:

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \sum_{x=0}^n x^2 \cdot \frac{\binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}} = \sum_{x=0}^n (x \cdot (x-1) + x) \cdot \frac{\binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}} = \sum_{x=0}^n x \cdot (x-1) \cdot \frac{\binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}} + \frac{a \cdot n}{N} \\ &= \frac{1}{\binom{N}{n}} \sum_{x=0}^n x \cdot (x-1) \frac{a}{x} \cdot \frac{a-1}{x-1} \binom{a-2}{x-2} \binom{N-a}{n-x} + \frac{a \cdot n}{N} = \frac{a \cdot (a-1)}{\binom{N}{n}} \sum_{x=0}^n \binom{a-2}{x-2} \binom{N-a}{n-x} + \frac{a \cdot n}{N} \\ &= \frac{a \cdot (a-1)}{\binom{N}{n}} \sum_{x-2=0}^n \binom{a-2}{x-2} \binom{N-2-(a-2)}{n-2-(x-2)} + \frac{a \cdot n}{N} = \frac{a \cdot (a-1)}{\binom{N}{n}} \binom{N-2}{n-2} + \frac{a \cdot n}{N} \\ &= \frac{a \cdot (a-1)}{\frac{N}{n} \cdot \frac{N-1}{n-1} \binom{N-2}{n-2}} \binom{N-2}{n-2} + \frac{a \cdot n}{N} = \frac{a \cdot (a-1)}{\frac{N}{n} \cdot \frac{N-1}{n-1}} + \frac{a \cdot n}{N} = \frac{a \cdot n}{N \cdot (N-1)} \cdot [(a-1) \cdot (n-1) + (N-1)] \end{aligned}$$

Hipergeometrik Dağılım

İspat:

$$\begin{aligned}\text{Var}(X) &= E(X^2) - E(X)^2 \\&= \frac{a \cdot n}{N \cdot (N - 1)} \cdot [(a - 1) \cdot (n - 1) + (N - 1)] - \frac{a^2 \cdot n^2}{N^2} \\&= \frac{a \cdot n(a \cdot n - a - n + 1 + N - 1)}{N \cdot (N - 1)} - \frac{a^2 \cdot n^2}{N^2} \\&= \frac{N - n}{N - 1} \cdot n \cdot \frac{a}{N} \cdot \left(1 - \frac{a}{N}\right)\end{aligned}$$

Hipergeometrik Dağılım

Not: $p = \frac{a}{N}$ ve $q = 1 - p = \frac{N - a}{N}$ şeklinde tanımlanırsa;

Hipergeometrik dağılımın ortalama ve varyansı şu şekilde yazılabilir;

$$\mu = E(X) = np$$

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = npq \frac{N - n}{N - 1}$$

Hipergeometrik Dağılım

Örnek: Bir fabrikada su motoru üretilmektedir. Üretilen motorlardan 20 tanesi depoya konmuştur. Üretim sürecindeki aksaklıktan dolayı 5 motorda arıza olduğu bilinmektedir. Depodan 3 tane motor iadesiz olarak seçilerek test edilmiştir. Test edilen motorlar arasından kusurlu motor sayısı X olmak üzere, X 'in beklenen değerini ve varyansını bulalım ve seçilen motorlardan en fazla 1'inin arızalı olma olasılığını hesaplayalım.

➤ $N = 20$, $a = 5$, $n = 3$ olmak üzere X 'in olasılık fonksiyonu;

$$f(x) = P(X = x) = \frac{\binom{a}{x} \binom{N-a}{n-x}}{\binom{N}{n}} = \frac{\binom{5}{x} \binom{20-5}{3-x}}{\binom{20}{3}}$$

Hipergeometrik Dağılım

$$\gg \mu = E(X) = \frac{a \cdot n}{N} = \frac{5 \cdot 3}{20} = 0,75$$

$$\gg \text{Var}(X) = \frac{N - n}{N - 1} \cdot n \cdot \frac{a}{N} \cdot \left(1 - \frac{a}{N}\right) = \frac{20 - 3}{20 - 1} \cdot 3 \cdot \frac{5}{20} \cdot \left(1 - \frac{5}{20}\right) = \frac{153}{304}$$

$$\gg P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = \frac{\binom{5}{0} \binom{20-5}{3-0}}{\binom{20}{3}} + \frac{\binom{5}{1} \binom{20-5}{3-1}}{\binom{20}{3}} = 0,86$$

Poisson Dağılımı

Tanım: Verilmiş bir zaman aralığında ya da uzayda başarıların sayısı X rasgele değişkeni olsun. Aşağıdaki koşulları sağlayan X 'e Poisson rasgele değişkeni denir.

- Deney, verilmiş bir birim zaman ya da uzayda (ağırlık, uzunluk vd.) bir olayın (başarının) elde ediliş sayılarının sayılası ile oluşur.
- İki ayrık birim zamanda ya da uzayda elde edilecek başarı sayıları bağımsızdır.
- Başarı olasılığı p tüm birimler için aynıdır.
- Çok küçük bir zaman aralığı ya da uzayda iki ya da daha çok başarının olması hemen hemen imkansızdır. Bu durumda birden çok başarı olma olasılığı 0'a yaklaşır.
- Bir birim zaman ya da uzayda bir sonucun ortalama elde ediliş sayısı λ 'dır.

Poisson Dağılımı

➤ Poisson dağılımı, sürekli uzayda kesikli veriler veren deneylere uygulanır.

Tanım: X , 0, 1, 2.. Değerlerini alabilen bir Poisson rasgele değişkeni olsun. X 'in olasılık fonksiyonu şu şekilde hesaplanır:

$$f(x) = P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots, n \quad \lambda > 0$$

Burada $e = 2,71828$ 'dir ve λ dağılımın ortalamasıdır.

Poisson Dağılımı

Örnek: 200 sayfalık bir kitaba 200 yazım hatası rasgele dağıtılıyor. Rasgele seçilen bir sayfada **a)** iki tane **b)** ikiden az yazım hatası bulunma olasılığı nedir?

➤ X rasgele değişkeni bir sayfadaki yazım hatalarının sayısı olsun. $\lambda = 1$ ol. üz;

$$\mathbf{a)} \ P(X = 2) = f(2) = \frac{e^{-1} \cdot 1^2}{2!} = \frac{1}{2e} = 0,183$$

$$\mathbf{b)} \ P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{e^{-1} \cdot 1^0}{0!} + \frac{e^{-1} \cdot 1^1}{1!} = 0,735$$

Poisson Dağılımı

Örnek: Bir telefon operatörünün 09.00 ile 09.05 saatleri arasında yaptığı telefon görüşmelerinin sayısı $\lambda = 2$ olan Poisson dağılımına uyuyorsa, bu operatörün bir sonraki gün aynı saat aralığında hiç telefon görüşmesi yapmaması olasılığı nedir?

- Operatörün yaptığı görüşmelerin sayısı X olsun. X rasgele değişkeni $\lambda = 2$ ile Poisson dağılımına uyuyorsa;

$$P(X = 0) = f(0) = \frac{e^{-2} \cdot 2^0}{0!} = \frac{1}{e^2} = 0,135$$

Poisson Dağılımı

Teorem: X rasgele değişkeni $\frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}$ olasılık fonksiyonlu Poisson dağılımına sahip olsun. Bu durumda;

- Poisson dağılımının ortalaması:

$$\mu = E(X) = \lambda$$

- Poisson dağılımının varyansı:

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = \lambda$$

Poisson Dağılımı

İspat:

$$\begin{aligned}\mu = E(X) &= \sum_{x=0}^n x \cdot \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} = 0 \cdot \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^0}{0!} + 1 \cdot \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^1}{1!} + 2 \cdot \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^2}{2!} + 3 \cdot \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^3}{3!} + \dots \\ &= 0 + e^{-\lambda} \cdot \lambda + e^{-\lambda} \cdot \lambda^2 + \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^3}{2!} + \dots \\ &= e^{-\lambda} \cdot \lambda \left(1 + \frac{\lambda^1}{1!} + \frac{\lambda^2}{2!} + \frac{\lambda^3}{3!} \dots \right) \\ &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{e^{\lambda} \text{ olmak üzere}} \\ &= e^{-\lambda} \cdot \lambda \cdot e^{\lambda} = \lambda\end{aligned}$$

Poisson Dağılımı

İspat:

$$\begin{aligned} E(X^2) &= \sum_{x=0}^n x^2 \cdot \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} = \sum_{x=0}^n [x + x(x-1)] \cdot \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} = \overbrace{\sum_{x=0}^n x \cdot \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!}}^{\lambda} + \sum_{x=0}^n [x(x-1)] \cdot \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} \\ &= \lambda + \sum_{x=0}^n [x(x-1)] \cdot \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} = \lambda + 0 + 0 + 2 \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^2}{2!} + 6 \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^3}{3!} + \dots \\ &= \lambda + e^{-\lambda} \cdot \lambda^2 + \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^3}{1!} + \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^4}{2!} + \dots = \lambda + e^{-\lambda} \cdot \lambda^2 \left(1 + \frac{1}{1!} + \frac{\lambda^2}{2!} + \dots \right) \\ &= \lambda + e^{-\lambda} \cdot \lambda^2 \cdot e^{\lambda} = \lambda + \lambda^2 \end{aligned}$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \lambda + \lambda^2 - \lambda^2 = \lambda$$

Poisson Dağılımı

Örnek: Bir çamaşır makinesi ayda ortalama üç kez sıkma arızası yapmaktadır. Poisson olasılık dağılımından yararlanarak bu makinenin gelecek ay **a)** İki kez arızalanması, **b)** En çok bir kez arızalanması olasılıklarını bulalım.

➤ Ayda ortalama üç kez sıkma arızası olduğuna göre $\lambda = 3$ dür.

$$\text{a) } P(X = 2) = f(2) = \frac{e^{-3} \cdot 3^2}{2!} = 0,224$$

$$\text{b) } P(X \leq 1) = P(x = 0) + P(x = 1) = \frac{e^{-3} \cdot 3^0}{0!} + \frac{e^{-3} \cdot 3^1}{1!} = 0,199$$

Poisson Dağılımı

Örnek: X rasgele değişkeni Poisson dağılımına sahip olsun. $P(X=1) = P(X=2)$ olduğuna göre $P(X=4)$ olasılığını ve $Y = 2X - 1$ rasgele değişkeninin beklenen değerini bulalım.

$$\text{a) } P(X = 1) = P(X = 2) \rightarrow \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^1}{1!} = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^2}{2!} \rightarrow \lambda = 2$$

$$\text{Bu durumda; } P(X = 4) = \frac{e^{-2} \cdot 2^4}{4!} = 0,09$$

$$\text{b) } E(Y) = E(2X - 1) = 2 \cdot E(X) - 1 = 2 \cdot \lambda - 1$$

$$\lambda = 2 \text{ olduğuna göre; } E(Y) = 3$$

Binom'a Yaklaşım Olarak Poisson Dağılımı

- n yeterince büyük ise ($n > 30$),
- p yeterince küçük ise ($p < 0,1$),
- np çok büyük değilse ($np < 5$),

n Bernoulli denemesindeki x başarı olasılığını, Poisson dağılımı ile yaklaşık olarak hesaplayabiliriz.

Burada; $\mu = np = \lambda$ olarak dikkate alınır.

Binom'a Yaklaşım Olarak Poisson Dağılımı

- $n/N \leq 0,05$ ise Hipergeometrik dağılımdaki olasılıkları yaklaşık olarak hesaplamak için Binom dağılımı kullanılabilir. n 'nin yeterince büyük ve p yeterince küçük olduğu durumda Poisson dağılımı, Hipergeometrik dağılıma yaklaşım olarak da kullanılabilir.

Binom'a Yaklaşım Olarak Poisson Dağılımı

Örnek: Bir rulet oyununda iddiaya girilen bir sayının kazanma olasılığı $1/38$ olsun. 38 oyunda en az 1 kere kazanma olasılığını hesaplayınız.

➤ $n = 38$, $p = 1/38$, 38 oyunda kazanma sayısı = X olmak üzere;

$$\begin{aligned} P(X \geq 1) &= 1 - P(X < 0) = 1 - \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1 - p)^{n-x} \\ &= 1 - \left[\binom{38}{0} \cdot \left(\frac{1}{38}\right)^0 \cdot \left(\frac{37}{38}\right)^{38} \right] \\ &= 1 - \left(\frac{37}{38}\right)^{38} = 0,637 \end{aligned}$$

Binom'a Yaklaşım Olarak Poisson Dağılımı

II. Yol: $\mu = np = \lambda$ olmak üzere;

$$\lambda = 38 \cdot 1/38 = 1$$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 0)$$

$$= 1 - \frac{e^{-1} \cdot 1^0}{0!} = 1 - 0,368 = 0,632$$

Kesikli Düzgün (Uniform) Dağılım

Tanım: X rasgele değişkeni tümü eşit olasılıklı N sonuca sahipse, X 'e kesikli düzgün rasgele değişken denir.

Tanım: Bir rassal deney sonucu, X rassal değişkeninin alabileceği değerler aynı şansa sahip ve değişkenin değer kümesi, $A = \{ x_i \mid i= 1,2,3,\dots,N\}$ olsun. Bu durumda X 'in olasılık fonksiyonu;

$$f(x) = P(X = x) = \frac{1}{N} \quad , \quad X = x_1 + x_2 + \dots + x_N \text{ 'dir.}$$

Kesikli Düzgün (Uniform) Dağılım

Örnek: Bir zar atılsın. Üst yüzde görülecek sayının olasılık dağılımı nedir?

- X rassal değişkeni zar atıldığında üstte görülecek sayı olsun. O halde X kesikli düzgün dağılıma sahiptir.

$$f(x) = \frac{1}{6}, \quad x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

Kesikli Düzgün (Uniform) Dağılım

Teorem: X rasgele değişkeni $1/N$ olasılık fonksiyonlu kesikli düzgün dağılıma sahip olsun. Bu durumda;

- Kesikli düzgün dağılımın ortalaması:

$$\mu = E(X) = \frac{N+1}{2}$$

- Kesikli düzgün dağılımın varyansı:

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = \frac{N^2 - 1}{12}, \text{dir.}$$

Sorunuz?