ALIŞTIRMALAR

1) $\alpha(t) = \left(2t, t^2, \frac{t^3}{3}\right)$ eğrisi verilsin.

a) α eğrisinin Frenet elemanlarını hesaplayınız (κ, τ, T, N, B)

b) $t \to +\infty$ ve $t \to -\infty$ için T, N ve B nin limit pozisyonlarını bulunuz.

2) $\alpha(t) = (\cosh t, \sinh t, t)$ eğrisinin Frenet elemanlarını bulunuz. $\kappa(s)$ ve $\tau(s)$ fonksiyonlarının yay uzunluğu fonksiyonu cinsinden ifade ediniz.

3) $\alpha(t) = (t\cos t, t\sin t, t)$ eğrisi verilsin. Eğrinin Frenet elemanlarını $t=0$ için hesaplayınız.

4) α eğrisi hızı $c>0$ olan sabit hızlı bir eğri olsun. Buna göre aşağıdaki eşitliklerin doğruluğunu kanıtlayınız:

$$T = \frac{\alpha'}{c}, \quad N = \frac{\alpha''}{\|\alpha''\|}, \quad B = \frac{\alpha' \times \alpha''}{c\,\|\alpha''\|}, \quad \kappa = \frac{\|\alpha''\|}{c^2}$$

$$\tau = \frac{\alpha' \times \alpha'' \cdot \alpha'''}{c^2 \|\alpha''\|^2}$$

5) α, $\kappa>0$ olan bir eğri ve α nın birim normal vektör alanı N olsun. α nın merkez eğrisi $\alpha^* = \alpha + \frac{1}{\kappa} N$ ile tanımlanır. a ve b sıfırdan farklı reel sayılar ve $c^2 = a^2 + b^2$ olmak üzere,

$$\beta_{ab}(s) = \left(a\cos\left(\frac{s}{c}\right), a\sin\left(\frac{s}{c}\right), \frac{bs}{c}\right)$$

eğrisinin merkez eğrisinin, $\bar{a} = -\frac{b^2}{a}$ olmak üzere $\beta_{\bar{a}b}$ olduğunu gösteriniz. Yine benzer şekilde $\beta_{\bar{a}b}$ eğrisinin merkez eğrisinin de β_{ab} olduğunu elde ediniz.

6) $\alpha(t) = (x(t), y(t))$ regüler bir düzlem eğrisi olsun. α nın eğriliğinin

$$\kappa = \frac{\alpha'' \cdot J(\alpha')}{v^3} = \frac{x'y'' - x''y'}{(x'^2 + y'^2)^{3/2}}$$

olduğunu gösteriniz. Buradaki J operatörü, $J(t_1, t_2) = (-t_2, t_1)$ şeklindedir.