Diferansiyel Denklemler Vize MİE-2023

Öğrencinin Adı ve Soyadı: ....

Öğrenci Numarası :..............................**Grubu:** ....

---

(1) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x}{y} - \dfrac{x}{y+1}$ denkleminin genel çözümünü bulun.

(2) $(\cos x)y' - (\sin x)\, y = x^2$, $y(0) = 3$ başlangıç değer problemini çözün.

(3) $xy' = y + xe^{y/x}$ denkleminin genel çözümünü bulun.

(4) $(x - 2xy + e^y) + \left(y - x^2 + xe^y\right)\dfrac{dy}{dx} = 0$ denkleminin genel çözümünü bulun.

(5) $y'' - 3y' = x$ denkleminin genel çözümünü bulun.

(Her soru 20 puan, Süre: 90 dak.)

CEVAPLAR

Diferansiyel Denklemler Dersi Ara Sınavı (27.11.2022)

1) $\frac{dy}{dx} = x\left(\frac{y+1-y}{y(y+1)}\right) \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x}{y(y+1)} \Rightarrow \int y(y+1)dy = \int x\,dx$

$\Rightarrow \frac{y^3}{3} + \frac{y^2}{2} = \frac{x^2}{2} + c$

2) $y' - \frac{\sin x}{\cos x} y = \frac{x^2}{\cos x} \Rightarrow u = e^{\int -\frac{\sin x}{\cos x}dx} = e^{\ln(\cos x)} = \cos x$

$[(\cos x)y]' = x^2 \Rightarrow (\cos x)y = \frac{x^3}{3} + c \Rightarrow y = \frac{1}{\cos x}\left(\frac{x^3}{3} + c\right)$

$y(0) = 3$ olduğundan $c = 3$ tür. $y = \frac{1}{\cos x}\left(\frac{x^3}{3} + 3\right)$

3) $y' = \frac{y}{x} + e^{y/x}$ ⇝ homojen dif. denk.

$\frac{y}{x} = u \Rightarrow \frac{dy}{dx} = u + x\frac{du}{dx} \Rightarrow \cancel{u} + x\frac{du}{dx} = \cancel{u} + e^u \Rightarrow \frac{du}{e^u} = \frac{dx}{x}$

$\Rightarrow -e^{-u} = \ln x + c \Rightarrow -e^{-y/x} = \ln x + c$

4) $\left.\begin{aligned}(x-2xy+e^y)_y &= -2x+e^y \\ (y-x^2+xe^y)_x &= -2x+e^y\end{aligned}\right\}$ Tam dif. denklem.

$F = \frac{x^2}{2} - x^2y + xe^y + f(y) \Rightarrow F_y = -x^2 + xe^y + f'(y) = y - x^2 + xe^y$

$\Rightarrow f'(y) = y \Rightarrow f(y) = \frac{y^2}{2} + c$

$\Rightarrow \frac{x^2}{2} - x^2y + xe^y + \frac{y^2}{2} + c = 0$

5) $r^2 - 3r = 0 \Rightarrow r(r-3) = 0 \Rightarrow r_1 = 0,\ r_2 = 3 \Rightarrow y_h = c_1 + c_2e^{3x}$

$y_p = (ax+b)x = ax^2 + bx$

$\left.\begin{aligned}y_p' &= 2ax+b \\ y_p'' &= 2a\end{aligned}\right\}$ $\begin{aligned}&y_p'' - 3y_p' = x \\ &2a - 3(2ax+b) = x\end{aligned}$

$\Rightarrow a = -\frac{1}{6},\ b = -\frac{1}{9}$

$y_g = c_1 + c_2e^{3x} - \frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{9}x$