

Adı ve Soyad:

Numara:

GÜZ

2018-2019 ~~BAHAR~~ YARIYILI MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ

MATEMATİK I (Z.MAT1011) DERSİ ARASINAV SORULARIDIR. 19.11.2018

1) $f(x) = 2 + \ln(x^2 - x) - e^{x^2} \sqrt{4 - x^2}$ şeklinde tanımlanan reel değerli f fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz. (20 puan)

2) $f(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \text{ ise} \\ 1 + \sqrt{x}, & 0 \leq x < 1 \text{ ise} \\ 4 - (x - 1)^2, & 1 \leq x < 3 \text{ ise} \end{cases}$
şeklinde tanımlanan fonksiyonun grafiğini çiziniz. (20 puan)

3) $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - \tan x}{x^3}, & x \neq 0 \text{ ise} \\ \alpha, & x = 0 \text{ ise} \end{cases}$
şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun $x = 0$ da sürekli ise $\alpha = ?$ (15 puan)

4) $y = \frac{1}{\sec x} - x \ln(x^2) + \cosh(x)$
için $y' = \frac{dy}{dx} = ?$ (15 puan)

5) $f(x) = [\arctan \sqrt{1 - x}]^3$
şeklinde tanımlanan f fonksiyonu için $f'(0) = ?$ (15 puan)

6) $y^3 + \tan\left(\frac{x}{y}\right) - \cos(xy) = 7 - x^2$ denklemi ile verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine $x = 0$ da teğet olan doğrunun denklemini bulunuz. (15 puan)

Not: Sınav süresi 90 dakikadır. İlk 30 dakika sınav salonunu terk etmek yasaktır.

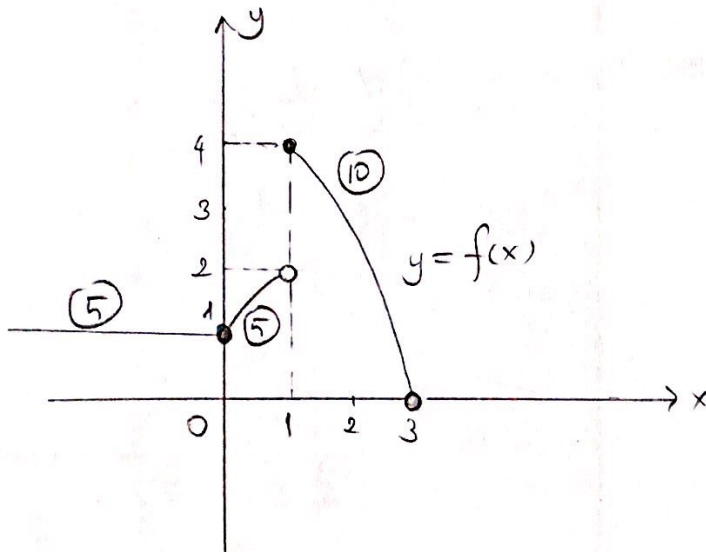
$$1) \quad x^2 - x > 0 \quad \vee \quad 4 - x^2 \geq 0 \quad (5)$$

$$x(x-1) > 0 \quad (2-x)(2+x) \geq 0$$

$$T_{\ln(x^2-x)} = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty) \quad (5) \quad T_{\sqrt{4-x^2}} = [-2, 2] \quad (5)$$

$$T_f = [-2, 0) \cup (1, 2] \quad (5)$$

2)



$$3) \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \frac{\sin x}{\cos x}}{x^3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{1}{\cos x}}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2 \cos x} \quad (5)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} \cdot \frac{\cos x + 1}{\cos x + 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{x^2 (\cos x + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x + 1} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - 1}{x^2} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin^2 x}{x^2} \quad (5)$$

$$= -\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 = -\frac{1}{2} \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \right)^2 = -\frac{1}{2}$$

$$f(0) = -\frac{1}{2} \quad (5)$$

$$4) y' = \frac{-\sec x \tan x}{\sec^2 x} - \ln(x^2) - x \frac{2x}{x^2} + \sinh x$$

$$= -\frac{\tan x}{\sec x} - \ln(x^2) - 2 + \sinh x$$

(5)

(5)

(5)

$$5) y = [\arctan \sqrt{1-x}]^3$$

$$y = u^3, u = \arctan \theta, \theta = \sqrt{w}, w = 1-x \quad (5)$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dw} \cdot \frac{dw}{dx} = 3u^2 \cdot \frac{1}{1+\theta^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{w}} \cdot (-1)$$

$$= -\frac{3}{2} \frac{(\arctan \sqrt{1-x})^2}{\sqrt{1-x}(1+1-x)} = -\frac{3}{2} \frac{(\arctan \sqrt{1-x})^2}{\sqrt{1-x}(2-x)} \quad (5)$$

$$-f'(0) = -\frac{3}{2} \frac{(\arctan 1)^2}{1 \cdot 2} = -\frac{3\pi^2}{64} \quad (5)$$

$$6) 3y^2 y' + \left(\frac{y-xy'}{y^2}\right)(1+\tan^2\left(\frac{x}{y}\right)) + (y+xy') \sin(xy) = -2x \quad (5)$$

$$x=0 \text{ then } y^3 + \tan 0 - \cos 0 = 7 - 0^2 \Rightarrow y^3 = 8 \Rightarrow y = 2$$

(0,2) de,

$$3 \cdot 2^2 y' + \left(\frac{2-0y'}{4}\right)(1+\tan^2 0) + (2+0y') \sin 0 = 0$$

$$12y' + \frac{1}{2} = 0$$

$$y' = -\frac{1}{24} \quad (5)$$

$$y-2 = -\frac{1}{24}(x-0) \quad (5)$$