

2019-2020 GÜZ YARIYILI BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ ARASINAV SORULARIDIR.
(11.11.2019)

- 1) $f(x) = \log_2(1 - 3x) + \arcsin(x + 2) - e^x \sqrt{x^2 - 2x - 8}$ şeklinde tanımlanan reel değerli fonksiyonun en geniş tanım kümesini bulunuz. (20p)
- 2) $f(x) = \begin{cases} |x + 1|, & -1 \leq x < 0 \text{ ise} \\ (x - 1)^2, & 0 \leq x \leq 2 \text{ ise} \\ \ln(x - 1), & x > 2 \text{ ise} \end{cases}$ şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun grafiğini çiziniz. (20p)
- 3) $f(x) = \begin{cases} 1 + e^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \text{ ise} \\ 1, & x = 0 \text{ ise} \\ \frac{\sin(3x)}{x}, & x > 0 \text{ ise} \end{cases}$ şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun $x = 0$ daki sürekliliğini inceleyiniz. (20p)
- 4) A) $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 1) \arctan\left(\sqrt{\frac{2x}{x+1}}\right)$ fonksiyonunun $x = 1$ deki türevini hesaplayınız. (10p)
- B) $x^2 + 2xy - y^2 = 4x$ denklemiyle verilen $y = f(x)$ fonksiyonu için $\frac{dy}{dx} = ?$ (10p)
- 5) A) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 3x^2 + 7x - 5}{x^4 - 5x + 4} = ?$ (10p)
- B) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1 - \cos x)}{\ln(\sin x)} = ?$ (10p)

$$1) \quad 1-3x > 0$$

$$3x < 1$$

$$x < \frac{1}{3}$$

$$-1 \leq x+2 \leq 1$$

$$-3 \leq x \leq -1$$

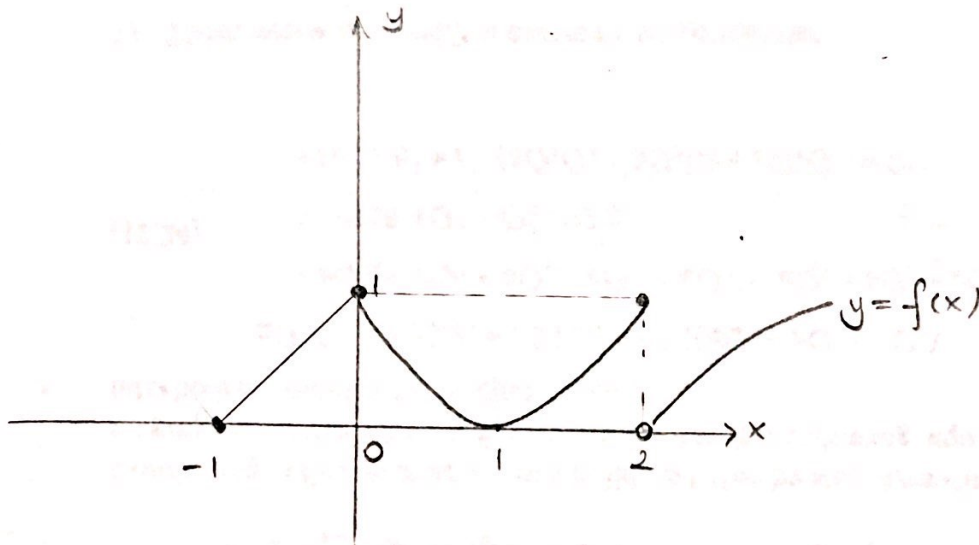
$$x^2 - 2x - 8 \geq 0$$

$$(x-4)(x+2) \geq 0$$

$$D_{\log_2(1-3x)} = (-\infty, \frac{1}{3}), \quad D_{\arcsin(x+2)} = [-3, -1] \quad D_{\sqrt{x^2-2x-8}} = \mathbb{R} - (-2, 4)$$

$$\text{ve } D_{e^x} = \mathbb{R} \text{ olduğundan } D_f = [-3, -2]$$

2)



$$3) \quad i) \quad f(0) = 1$$

$$ii) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 1 + e^{\frac{1}{x}} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0^- \\ t \rightarrow -\infty}} 1 + e^t = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(3x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(3x)}{3x} \cdot 3 = 3 \lim_{\substack{x \rightarrow 0^+ \\ 3x \rightarrow 0^+}} \frac{\sin(3x)}{3x} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \text{ olduğundan } \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ yoktur.}$$

Dolayısıyla f fonksiyonu $x=0$ da sürekli değildir,

4) A) $f'(x) = \arctan \sqrt{\frac{2x}{x+1}} + (x-1) \left(\arctan \sqrt{\frac{2x}{x+1}} \right)'$

$y = \arctan \left(\sqrt{\frac{2x}{x+1}} \right)$ Bin

$y = \arctan u, u = \sqrt{w}, w = \frac{x}{x+1}$

$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dw} \cdot \frac{dw}{dx} = \frac{1}{1+u^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{w}} \cdot \frac{2(x+1) - 2x}{(x+1)^2}$

$= \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} (x+1)^2 \sqrt{\frac{2x}{x+1}} \left(1 + \frac{2x}{x+1} \right)}{\cancel{2} (x+1)^2 \sqrt{\frac{2x}{x+1}} \left(1 + \frac{2x}{x+1} \right)}$

$f'(x) = \arctan \left(\sqrt{\frac{2x}{x+1}} \right) + \frac{(x-1)}{(x+1)^2 \sqrt{\frac{2x}{x+1}} \left(1 + \frac{2x}{x+1} \right)}$

$f'(1) = \arctan(1) = \frac{\pi}{4}$

B) $2x + 2y + 2xy' - 2yy' = 4$

$(2x - 2y)y' = 4 - 2x - 2y$

$y' = \frac{4 - 2x - 2y}{2x - 2y}$

$= \frac{2 - x - y}{x - y}$

$\underbrace{x^2 + 2xy - y^2 - 4x}_{F(x,y)} = 0$

$y' = - \frac{F_x(x,y)}{F_y(x,y)}$

$= - \frac{2x + 2y - 4}{2x - 2y}$

$= \frac{2 - x - y}{x - y}$

7) A) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 3x^2 + 7x - 5}{x^4 - 5x + 4} \stackrel{0}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^4 - 6x + 7}{4x^3 - 5} = \frac{6}{-1} = -6$

B) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1 - \cos x)}{\ln(\sin x)} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{\sin x}{1 - \cos x}}{\frac{\cos x}{\sin x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 x}{\cos x (1 - \cos x)}$

$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\cos x} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin x \cos x}{\sin x} = 2$