

2018-2019 GÜZ YARIYILI MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ
MATEMATİK I (Z.MAT1011) DERSİ BÜTÜNLEME SINAVI SORULARIDIR. 28.01.2019

- 1) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{\sec x} = ?$ (10 p.)
- 2) $f(x) = \frac{x^2}{1-x^2}$ şeklinde tanımlanan fonksiyonun grafiğini değişimini inceleyerek çiziniz. (15 p.)
- 3) A) $\int \frac{\ln x \cos(\ln x)}{x} dx = ?$ (15 p.)
B) $\int \frac{\cos x}{(\sin x)^2 + \sin x - 6} dx = ?$ (10 p.)
- 4) $y = 4x - x^2$ eğrisi ile $y = x^2$ doğrusu tarafından sınırlandırılan bölgeyi B bölgesi olarak adlandıralım.
A) B bölgesinin alanını hesaplayınız. (10 p.)
B) B bölgesinin Ox eksenı etrafında döndürölmesi sonucu oluşan dönel cismin hacmini hesaplayınız. (15 p.)
- 5) $\int_e^\infty \frac{dx}{x(\ln x)^2}$ integralinin yakınsaklık durumunu inceleyiniz. Yakınsak ise değeriini bulunuz. (10 p.)
- 6) $\sum_{n=1}^\infty \frac{(-1)^n}{n2^n} (x-1)^n$ kuvvet serisinin yakınsaklık aralığını bulunuz. (15 p.)

Not: Sınav süresi 90 dakikadır. İlk 30 dakika sınav salonunu terk etmek yasaktır.

(28.01.2019)

$$1) y = (\sin x)^{\sec x} \Rightarrow \ln y = \sec x \ln(\sin x)$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sec x \ln(\sin x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(\sin x)}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\frac{\cos x}{\sin x}}{-\sin x} = 0 \quad \checkmark 5p$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\sec x} = e^0 = 1 \quad \checkmark 5p$$

$$2) i) \text{TK} = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

$$ii) \lim_{x \rightarrow -1-} \frac{x^2}{1-x^2} = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1+} \frac{x^2}{1-x^2} = +\infty$$

$x = -1$ düzey asimp.

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{x^2}{1-x^2} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{x^2}{1-x^2} = -\infty$$

$x = 1$ düzey asimp.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{1-x^2} = -1 \Rightarrow y = -1 \text{ yatay asimp.}$$

$$iii) x=0 \text{ için } y=0 \quad \checkmark 5p$$

$$iv) f'(x) = \frac{2x(1-x^2) - x^2(-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{2x - 2x^3 + 2x^3}{(1-x^2)^2} = \frac{2x}{(1-x^2)^2}$$

$x=1$ ve $x=-1$ de f' mevcut değil

$x=0$ da $f'=0$ dir.

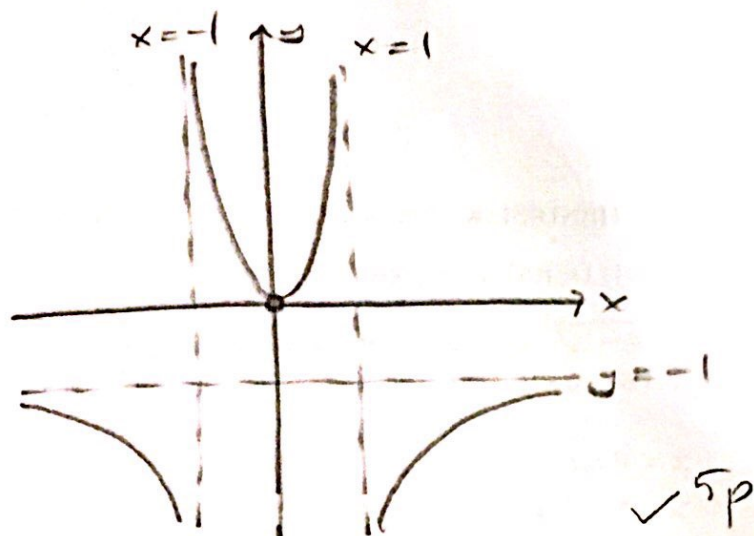
v)

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
f'	-	-	0	+	+
f	$-\infty$	$+\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$

$\checkmark 5p$

vi)

2//



3) A) $\ln x = t \Rightarrow \frac{dx}{x} = dt$

$$\int \frac{\ln x \cos(\ln x)}{x} dx = \int t \cos t dt, \quad t=u \quad \cos t dt = du$$

$$= t \sin t - \int \sin t dt = t \sin t + \cos t + C = \ln x \sin(\ln x) + \cos(\ln x) + C$$

B) $\sin x = t \quad \cos x dx = dt$

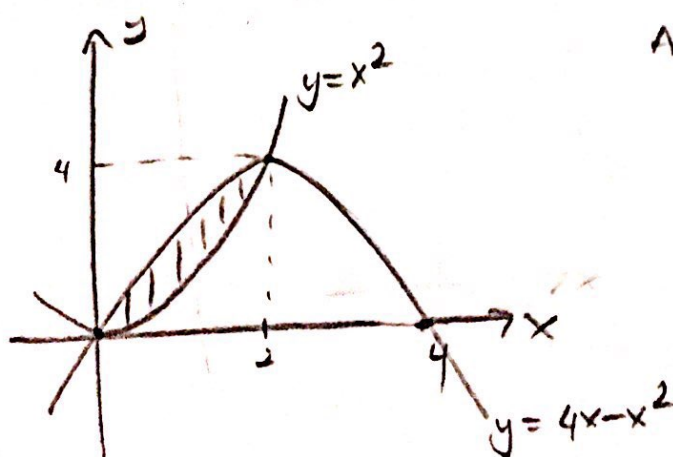
$$\int \frac{\cos x dx}{\sin^2 x + \sin x - 6} = \int \frac{dt}{t^2 + t - 6} = \int \frac{dt}{(t-2)(t+3)}$$

$$\frac{1}{(t-2)(t+3)} = \frac{A}{t-2} + \frac{B}{t+3}, \quad A = \frac{1}{5}, \quad B = -\frac{1}{5}$$

$$= \frac{1}{5} \int \frac{dt}{t-2} - \frac{1}{5} \int \frac{dt}{t+3} = \frac{1}{5} \ln|t-2| - \frac{1}{5} \ln|t+3| + C$$

$$= \frac{1}{5} \ln|\sin x - 2| - \frac{1}{5} \ln|\sin x + 3| + C$$

4)



$$\begin{aligned} A) T_A &= \int_0^2 (4x - x^2 - x^2) dx \\ &= \int_0^2 (4x - 2x^2) dx \\ &= 2x^2 - \frac{2}{3}x^3 \Big|_0^2 \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$b) V = \pi \int_0^2 [(4x - x^2)^2 - x^4] dx = \pi \int_0^2 (16x^2 - 8x^3 + x^4 - x^4) dx \quad \checkmark$$

$$= \pi \left(\frac{16}{3} x^3 - 2x^4 \right) \Big|_0^2 = \frac{32}{3} \pi \quad \checkmark$$

$$5) \int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_e^t \frac{dx}{x(\ln x)^2}, \quad \ln x = t \quad \frac{dx}{x} = dt$$

$$\left(\int \frac{dx}{x(\ln x)^2} = \int \frac{dt}{t^2} = -\frac{1}{t} + C = -\frac{1}{\ln x} + C \right)$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{\ln x} \right) \Big|_e^t = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{\ln t} + \frac{1}{\ln e} \right) = 1 \quad \checkmark$$

$$6) c_n = \frac{(-1)^n}{n 2^n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{|c_n|} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n} 2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2 = 2 \quad \checkmark$$

$$|x - 1| < 2 \Rightarrow -2 < x - 1 < 2 \Rightarrow -1 < x < 3 \quad \checkmark$$

$$x = -1 \text{ min,}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sim \text{maksak}$$

$$x = 3 \text{ min}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sim \text{yakusak}$$

$$\Rightarrow \text{Yakusaklik analizi } (-1, 3] \quad \checkmark$$