

Alptınmalar

15/

Aşağıdaki fonksiyonların ters Laplace dönüşümlerini t nin bir fonksiyonu olarak bulunuz.

1) $\frac{1}{s^2}$

2) $\frac{2}{s^3}$

3) $\frac{1}{s^4}$

4) $\frac{-2}{s-2}$

5) $\frac{12}{(s+5)^4}$

6) $\frac{2}{(s-2)^2+9}$

7) $\frac{2s+1}{(s-1)^2+7}$

8) $\frac{1}{s^2-2s+2}$

9) $\frac{2s^2}{(s-1)(s^2+1)}$

10) $\frac{2}{(s^2+1)(s-1)^2}$

11) $\frac{-s+6}{s^3}$

12) $\frac{2(s-1)}{s^2-s+1}$

13) $\frac{2}{s^2}$

14) $\frac{1}{s+2}$

15) $\frac{12}{3s+9}$

16) $\frac{1}{(s-2)^3}$

17) $\frac{1}{s^2+4}$

18) $\frac{3s}{2s^2+8}$

19) $\frac{s}{(s+1)^2+5}$

20) $\frac{s+3}{s^2+2s+5}$

21) $\frac{s+1}{s^2+3s+5}$

22) $\frac{1}{s^2-1}$

23) $\frac{s+2}{s^3}$

24) $\frac{2s-13}{s(s^2-4s+10)}$

Türevlerin Laplace Dönüşümü

$$\mathcal{L}[y(t)] = Y(s) \quad \text{olsun.}$$

$$\mathcal{L}[y'] = sY(s) - y(0)$$

$$\mathcal{L}[y''] = s^2Y(s) - sy(0) - y'(0)$$

$$\mathcal{L}[y'''] = s^3Y(s) - s^2y(0) - sy'(0) - y''(0)$$

$$\mathcal{L}[y^{(4)}] = s^4Y(s) - s^3y(0) - s^2y'(0) - sy''(0) - y'''(0)$$

.....

$$\mathcal{L}[y^{(n)}] = s^nY(s) - s^{n-1}y(0) - s^{n-2}y'(0) - \dots - sy^{(n-2)}(0) - y^{(n-1)}(0)$$

ALIŞTIRMALAR

1) Aşağıda verilen başlangıç değer problemlerini çözerek min Laplace dönüşümlerini kullanınız

a) $y'' + 4y = 0$; $y(0) = 5, y'(0) = 0$

$$[y = 5 \cos 2t]$$

b) $y'' - y' - 2y = 0$; $y(0) = 0, y'(0) = 2$

$$[y = \frac{2}{3}(e^{2t} - e^{-t})]$$

c) $y'' + 9y = 1$; $y(0) = y'(0) = 0$

$$[y = \frac{1}{9}(1 - \cos 3t)]$$

d) $y'' + y = \cos 3t$; $y(0) = 1, y'(0) = 0$

$$[y = \frac{1}{8}(9 \cos t - \cos 3t)]$$

e) $y'' + 3y' + 2y = t$; $y(0) = 0, y'(0) = 2$

$$[y = \frac{1}{4}(2t - 3 + 12e^{-t} - 9e^{-2t})]$$

2) Aşağıda verilen (değişken katsayılı) başlangıç değer problemlerini çözerek min Laplace dönüşümlerini kullanınız

~~a) $ty'' + y' + 4ty = 0$; $y(0) = 5, y'(0) = 1$~~

a) $ty'' + (t-1)y' - y = 0$; $y(0) = 5, y'(0) = 1$

b) $ty'' + (1-2t)y' - 2y = 0$; $y(0) = 1, y'(0) = 2$

3) Aşağıda verilen diferansiyel denklemleri $y(0) = 0$ olan çözümünü bulunuz

a) $ty'' + (t-2)y' + y = 0$

$$[y = ct^3e^{-t}]$$

b) $ty'' + (3t-1)y' + 3y = 0$

$$[y = ct^2e^{-3t}]$$

c) $ty'' - 2y' + ty = 0$

$$[y = c(\sin t - t \cos t)]$$