Öğrencinin Adı ve Soyadı:

Numarası:

2019-2020 GÜZ YARIYILI MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ MATEMATİK I (Z.MAT1011) DERSİ DÖNEM SONU SINAVI SORULARIDIR. (03.01.2020)

1) $f(x) = \arctan\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)$ fonksiyonu için $f'(x)$ fonksiyonunu hesaplayınız. (10 puan)

2) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ doğrusu üzerinde orijine en yakın noktayı türev kullanarak bulunuz. (15 puan)

3) A) $\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{cosx} - 2xtanx\right)$ =? (15 puan)

   B) $\lim_{x \to 0} (cosx)^{\cot^2 x}$ =? (15 puan)

4) $f(x) = \frac{2x^2}{(x-1)^2}$ şeklinde tanımlanan fonksiyonun grafiğini, tanım kümesini, asimptotlarını bulup, değişim tablosunu oluşturarak çiziniz. (20 puan)

5) A) $\int xsin(\frac{x}{2})dx$ =? (10 puan)

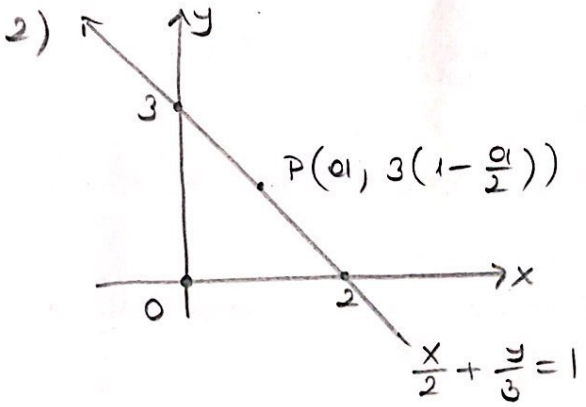
   B) $\int \frac{x^7}{(1+x^4)^2} dx$ =? (15 puan)

**Not:** Sınav süresi 90 dakikadır. İlk 30 dakika sınav salonunu terk etmek yasaktır.

Scanned with CamScanner

1) $f'(x) = \dfrac{1+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{1+(x+\sqrt{1+x^2})^2}$ ✓ 10p

2)




$d = \sqrt{a^2 + 9(1-\frac{a}{2})^2}$

$f(a) = a^2 + 9(1-\frac{a}{2})^2$,

$f:[0,2] \longrightarrow \mathbb{R}$ ✓ 5p

$f'(a) = 2a - 9(1-\frac{a}{2}) = \frac{13a-18}{2}$

$a = \frac{18}{13}$ için $f' = 0$ dır. ✓ 5p

$\{f(0), f(\frac{18}{13}), f(2)\}$

$\{9, \frac{36}{13}, 4\}$

f en küçük değerini $x = \frac{18}{13}$ de alır. Dolayısı ile orijine en yakın nokta $P(\frac{18}{13}, \frac{12}{13})$ noktasıdır.

✓ 5p

3) A) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{\cos x} - 2x\tan x\right)$ $\infty - \infty$ belirsizliği

$= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{\cos x} - \frac{2x\sin x}{\cos x}\right) = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi - 2x\sin x}{\cos x}\right)$ $\frac{0}{0}$ ✓ 5p

$= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{-2\sin x - 2x\cos x}{-\sin x} = 2\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\sin x + x\cos x}{\sin x} = 2$ //

✓ 5p ✓ 5p

Scanned with CamScanner

B) $\lim_{x\to 0} (\cos x)^{\cot^2 x} = ?$ $(1^\infty)$

$y = (\cos x)^{\cot^2 x}$ için $\ln y = \cot^2 x \ln(\cos x)$

$$\lim_{x\to 0} \cot^2 x \ln(\cos x) = \lim_{x\to 0} \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} \ln(\cos x)$$ ✓ 5p

$$= \lim_{x\to 0} \cos^2 x \lim_{x\to 0} \frac{\ln(\cos x)}{\sin^2 x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\ln(\cos x)}{\sin^2 x} = \lim_{x\to 0} \frac{\frac{-\sin x}{\cos x}}{2\sin x \cos x}$$

$$= \lim_{x\to 0} -\frac{\sin x}{2\sin x \cos^2 x} = \lim_{x\to 0} -\frac{1}{2\cos^2 x} = -\frac{1}{2}$$ ✓ 5p

$$\lim_{x\to 0} (\cos x)^{\cot^2 x} = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}}$$ ✓ 5p

4) i) $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ ✓ 5p

ii) $\lim_{x\to 1^-} f(x) = +\infty$ , $\lim_{x\to 1^+} f(x) = +\infty$

$x = 1$ doğrusu düşey asimptottur.

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = 2$

$y = 2$ doğrusu yatay asimptottur.

✓ 5p

iii) $x = 0$ için $y = 0$

$(0,0)$

Scanned with CamScanner

ix) $f'(x) = \dfrac{4x(x-1)^2 - 2x^2 \cdot 2(x-1)}{(x-1)^4} = \dfrac{4x^2 - 4x - 4x^2}{(x-1)^3}$

$= \dfrac{-4x}{(x-1)^3}$ $\quad x=0$ da $f'=0$

$x=1$ de $f'$ mevcut değil.

x)

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $-$ | |
| $f$ | $2$ | ↘ | $0$ | ↗ | $+\infty$ ‖ $+\infty$ | ↘ | $2$ |

✓ 5p

vi) $f''(x) = \dfrac{-4(x-1)^3 + 4x \cdot 3(x-1)^2}{(x-1)^6} = \dfrac{-4x+4+12x}{(x-1)^4} = \dfrac{8x+4}{(x-1)^4}$

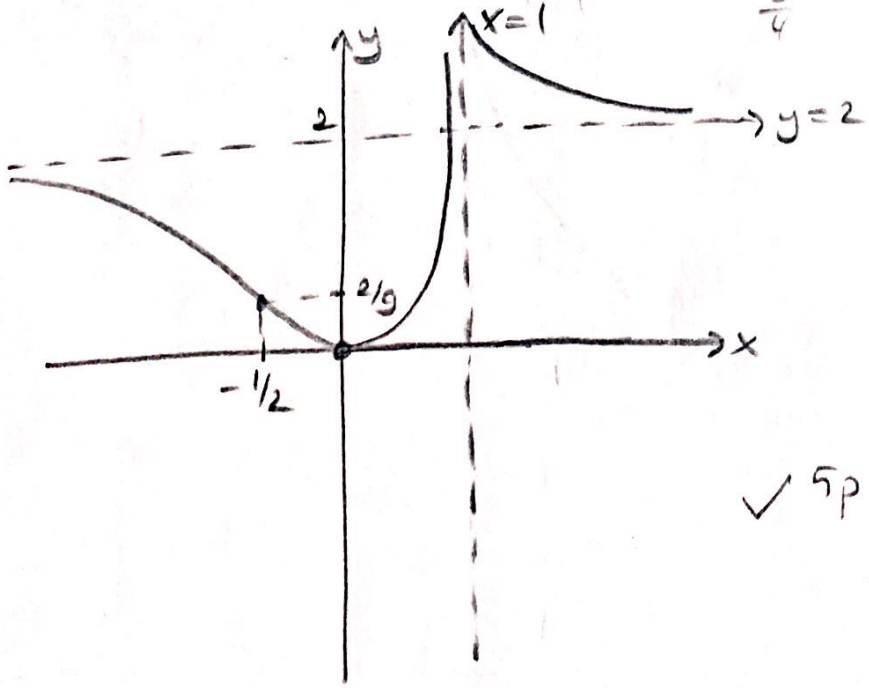
$x = -\frac{1}{2}$ de $f''=0$ , $x=1$ de $f''$ mevcut değil.

| $x$ | | $-1/2$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $f''$ | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $+$ |
| $f$ | ∩ | | ∪ | ‖ | ∪ |

$\frac{1}{2}$ $\quad \frac{24}{5}, \frac{1}{2}$

$\frac{9}{4}$

vii)




✓ 5p

Scanned with CamScanner

5) A) $\int x\sin(\frac{x}{2})\,dx = ?$

$x = u$ $\quad \int \sin(\frac{x}{2})\,dx = \int d\vartheta$

$dx = du$ $\quad -2\cos(\frac{x}{2}) = \vartheta$ ✓ 5p

$= -2x\cos(\frac{x}{2}) + 2\int \cos(\frac{x}{2})\,dx = -2x\cos(\frac{x}{2}) + 4\sin(\frac{x}{2}) + C$ ✓5p

B) $\int \frac{x^7}{(1+x^4)^2}\,dx = ?$

$1+x^4 = t \Rightarrow 4x^3dx = dt$ ✓ 5p

$= \int \frac{x^4 \cdot x^3}{(1+x^4)^2}\,dx = \int \frac{t-1}{t^2}\,\frac{dt}{4} = \frac{1}{4}\int (\frac{1}{t} - \frac{1}{t^2})\,dt$ ✓5p

$= \frac{1}{4}\left(\ln|t| + \frac{1}{t}\right) + C = \frac{1}{4}\left(\ln(1+x^4) + \frac{1}{1+x^4}\right) + C$ ✓5p

Scanned with CamScanner