

PEYZAJ MİMARLIĞI BÖLÜMÜ GENEL MATEMATİK DERSİ BÜTÜNLEME SINAVI SINAVI
(23.01.2023)

Süre 60 dk.

- 1)
- $f(x) = \ln x - e^{x-1} + \frac{1}{x}$
- şeklinde tanımlanan fonksiyon için
- $f(1) = ?$
- (10p)

$$f(1) = \ln 1 - e^{1-1} + \frac{1}{1} = -1 + 1 = 0$$

✓ 5p ✓ 10p

- 2)
- $f(x) = \ln x + \frac{x}{x^2+1}$
- şeklinde tanımlanan fonksiyon için
- $f'(1) = ?$
- (15p)

$$f'(x) = \frac{1}{x} + \frac{1(x^2+1) - x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{1}{x} + \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$

✓ 10p

$$f'(1) = 1$$

✓ 5p

- 3)
- $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$
- fonksiyonunun artan ve azalan olduğu tanım aralıklarını bulunuz. Eğer varsa yerel ekstremum (yerel maksimum, yerel minimum) değerlerini belirleyiniz. (15p)

$$f'(x) = 6x^2 - 6x = 6x(x-1)$$

✓ 5p

x	0	1
x	-	+
x-1	-	+
f'(x)	+	-
f(x)	↗	↘

$(-\infty, 0)$ ve $(1, +\infty)$ aralıklarında f artan, $(0, 1)$ aralığında ise f azalır. ✓ 5p

$x=0$ da bir yerel maksimum, $x=1$ de bir yerel minimum vardır.

Yerel maksimum değeri: $f(0)=1$

Yerel minimum değeri: $f(1)=0$

dur. ✓ 5p

- 4) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ fonksiyonunun $[-2,1]$ tanım aralığındaki mutlak maksimum (en büyük) ve mutlak minimum (en küçük) değerini bulunuz. (15p)

$$-f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}} \quad \checkmark 5p \quad x=0 \text{ da } f' \text{ sıfırdır.}$$

$x=-2$ ve $x=1$ de f' mevcut değildir.

$$\{f(-2), f(0), f(1)\} \quad \checkmark 5p$$

$\{0, 2, \sqrt{3}\}$ olduğu için f nin en büyük değeri 2, en küçük değeri 0'dur. $\checkmark 5p$

5) A) $\int \frac{\ln x}{x} dx = ?$ (15p)

B) $\int 2xe^x dx = ?$ (15p)

A) $\ln x = t \Rightarrow \frac{1}{x} dx = dt \quad \checkmark 5p$

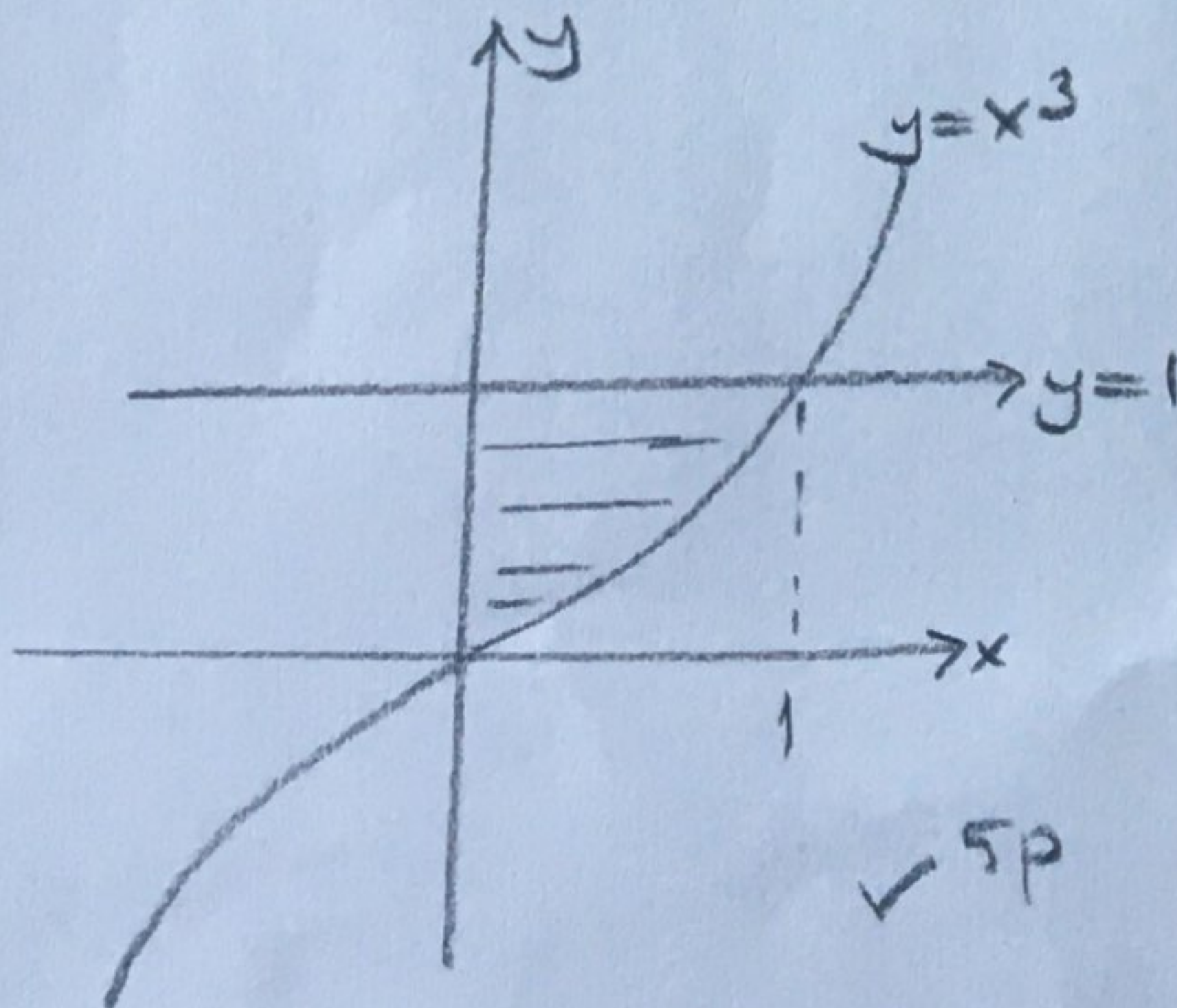
$$\int \frac{\ln x}{x} dx = \int t dt = \frac{t^2}{2} + C = \frac{(\ln x)^2}{2} + C \quad \checkmark 5p$$

B) $2x = u \Rightarrow 2dx = du$

$$e^x dx = du \Rightarrow e^x = u \quad \checkmark 5p$$

$$\int 2xe^x dx = 2xe^x - 2 \int e^x dx = 2xe^x - 2e^x + C \quad \checkmark 5p$$

- 6) $y = x^3$ eğrisi, $y = 1$ doğrusu ve y eksenini ($x = 0$ doğrusu) ile sınırlı bölgenin alanını bulunuz. (15p)



$$T_A = \int_0^1 (1-x^3) dx \quad \checkmark 5p$$

$$= \left(x - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1$$

$$= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ birim}^2 \quad \checkmark 5p$$