2019-2020 GÜZ YARIYILI ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ ARASINAV SORULARI (11.11.2019)

1) $f(x) = log_2(1-3x) + \arcsin(x+2) - e^x\sqrt{x^2-2x-8}$ şeklinde tanımlanan reel değerli fonksiyonun en geniş tanım kümesini bulunuz. **(20p)**

2) $f(x) = \begin{cases} |x+1| & ,-1 \le x < 0 \; ise \\ (x-1)^2 \;, & 0 \le x \le 2 \; ise \\ \ln(x-1)\,, & x > 2 \; ise \end{cases}$ şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun grafiğini çiziniz. **(20p)**

3) $\lim_{x\to 0} \frac{tanx}{\sqrt{1+tanx}-1} =$? **(15p)**

4) $f(x) = \begin{cases} 1+e^{\frac{1}{x}} & ,x < 0 \; ise \\ 1 & ,x = 0 \; ise \\ \frac{\sin(3x)}{x} & ,x > 0 \; ise \end{cases}$ şeklinde tanımlanan f fonksiyonunun $x=0$ daki sürekliliğini inceleyiniz. **(20p)**

5) $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \; ise \\ 0 \quad , & x = 0 \; ise \end{cases}$ fonksiyonu için $f'(0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(h)-f(0)}{h} =$? **(10p)**

6) $f: (0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)\arctan\left(\sqrt{\frac{2x}{x+1}}\right)$ fonksiyonunun $x=1$ deki türevini hesaplayınız. **(15p)**

NOT: Sınav süresi 90 dakikadır.

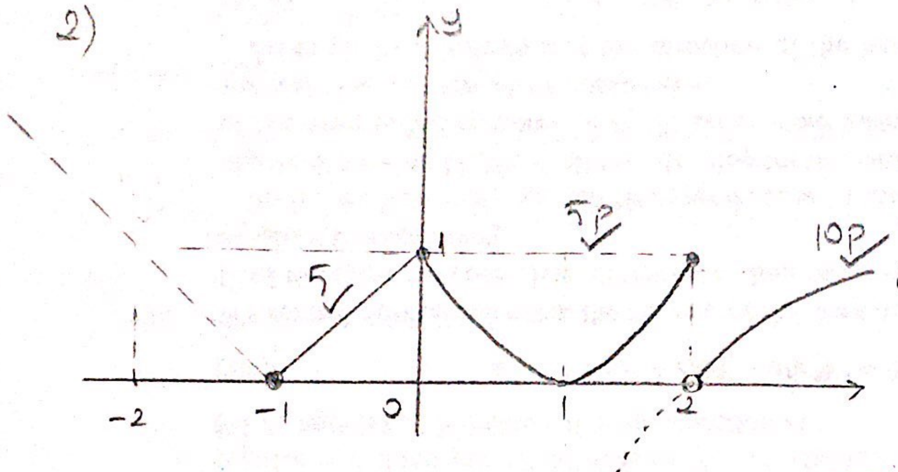
CEVAP ANAHTARI (ENDÜSTRİ MÜH.) 1/

1) $D_{\log_2(1-3x)} = \left(-\infty, \frac{1}{3}\right)$ ✓5p , $D_{\arcsin(x+2)} = [-3,-1]$ ✓5p

$D_{e^x} = \mathbb{R}$, $D_{\sqrt{x^2-2x-8}} = \mathbb{R} - (-2,4)$ ✓5p

$D_f = D_{\log_2(1-3x)} \cap D_{\arcsin(x+2)} \cap D_{e^x} \cap D_{\sqrt{x^2-2x-8}} = [-3,-2]$ ✓5p

2)



3) $$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan x}-1} = \lim_{x\to 0} \frac{\tan x\left(\sqrt{1+\tan x}+1\right)}{\left(\sqrt{1+\tan x}-1\right)\left(\sqrt{1+\tan x}+1\right)}$$ ✓5p

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\tan x\left(\sqrt{1+\tan x}+1\right)}{1+\tan x-1}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{\tan x}\left(\sqrt{1+\tan x}+1\right)}{\cancel{\tan x}}$$

$$= \lim_{x\to 0} \sqrt{1+\tan x}+1$$ ✓5p

$$= 2$$ ✓5p

4) i) $f(0)=1$ ✓ 5p

ii) $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} 1+e^{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to 0^-} 1+e^{t} = 1$ ✓ 5p

$t=\frac{1}{x}\to -\infty$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} \frac{\sin(3x)}{x} = \lim_{\substack{x\to 0^+\\ 3x\to 0^+}} 3.\frac{\sin 3x}{3x} = 3$ ✓ 5p

$\lim_{x\to 0^-} f(x) \neq \lim_{x\to 0^+} f(x)$ olduğundan $\lim_{x\to 0} f(x)$ mevcut değildir.

Dolayısı ile $x=0$ da f sürekli değildir. ✓ 5p

5) $f'(0) = \lim_{h\to 0} \frac{f(h)-f(0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{h^2\sin(\frac{1}{h})-0}{h}$

$= \lim_{h\to 0} h\sin(\frac{1}{h})$ ✓ 5p

$-1 \leq \sin(\frac{1}{h}) \leq 1$ olduğundan $-h \leq h\sin(\frac{1}{h}) \leq h$ dır.

$\lim_{h\to 0} -h = \lim_{h\to 0} h = 0$ olduğundan Sandviç teoreminden

$\lim_{h\to 0} h\sin(\frac{1}{h}) = 0$ dır. Dolayısı ile $f'(0)=0$ dır. ✓ 5p

6) $f'(x) = \arctan(\sqrt{\frac{2x}{x+1}}) + (x-1)\left(\arctan(\sqrt{\frac{2x}{x+1}})\right)'$ ✓ 5

$y=\arctan u$, $u=\sqrt{w}$, $w=\frac{2x}{x+1}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du}.\frac{du}{dw}.\frac{dw}{dx} = \frac{1}{1+u^2}.\frac{1}{2\sqrt{w}}.\frac{2(x+1)-2x}{(x+1)^2}$

$f'(x) = \arctan(\sqrt{\frac{2x}{x+1}}) + (x-1)\frac{1}{(x+1)^2\sqrt{\frac{2x}{x+1}}(1+\frac{2x}{x+1})}$ ✓ 5p

$f'(1) = \arctan(1) = \frac{\pi}{4}$ ✓ 5p