

ALİSTİRMALAR

1) $\mathbb{R}^3$ ün aşağıdaki M alt kümesinin hiçbir yüzey değildir.

Hangi p noktalarında, M nin p noktasının bir konsülünü gösteren uygun bir yama bulmak mümkün değildir? Bunu şekil üzerinde gösteriniz.

a) Koni $M: z^2 = x^2 + y^2$

b) Kapalı Disk $M: x^2 + y^2 \leq 1, z = 0$

c) Katlı M Düzlemi: $xy = 0, x \geq 0, y \geq 0$

2) Aşağıdaki durumların hangisinde $X: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ bir yamadır.

a) $X(u, \theta) = (u, u\theta, \theta)$

b) $X(u, \theta) = (u^2, u^3, \theta)$

c) $X(u, \theta) = (u, u^2, \theta + \theta^3)$

d) $X(u, \theta) = (\cos 2\pi u, \sin 2\pi u, \theta)$

3) a) $M: (x^2 + y^2)^2 + 3z^2 = 1$ kümesinin bir yüzey olduğunu

gösterniz.

b) c nin hangi değerleri için $M: z(z-2) + xy = c$ bir yüzeydir?

4) $D: u > 0, \theta > 0$ kümesi üzerinde $X: D \rightarrow \mathbb{R}^3, X(u, \theta) = (u^2, u\theta, \theta^2)$

fonksiyonu verilsin, X in birebir olduğunu gösterniz ve

$X^{-1}: X(D) \rightarrow D$ ters fonksiyonu için bir formül bulunuz.

X in bir uygun (gerçek) yama olduğunu kanıtlayınız.

5) $X: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3, X(u, \theta) = (u + \theta, u - \theta, u\theta)$ dönüşümü verilsin.

X in bir uygun yama olduğunu gösterniz ve X in görüntüsünün

$M: z = \frac{x^2 - y^2}{4}$ olduğunu gösterniz.