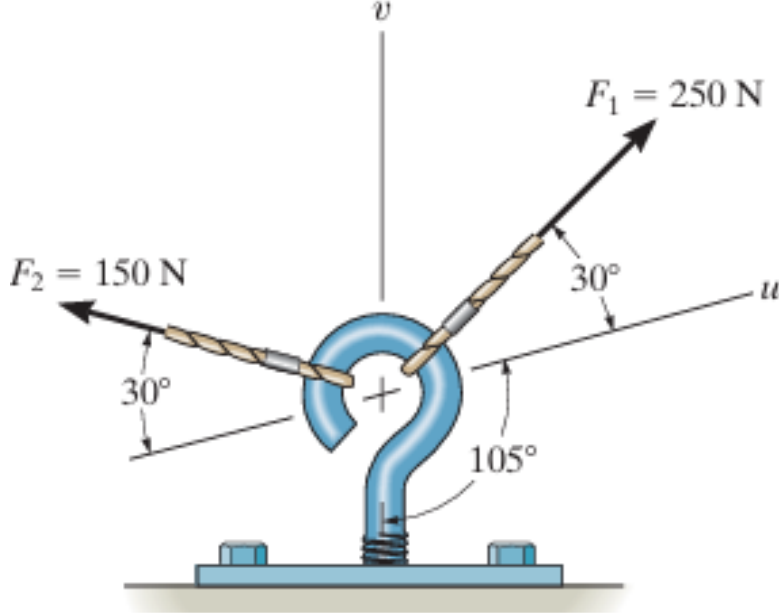


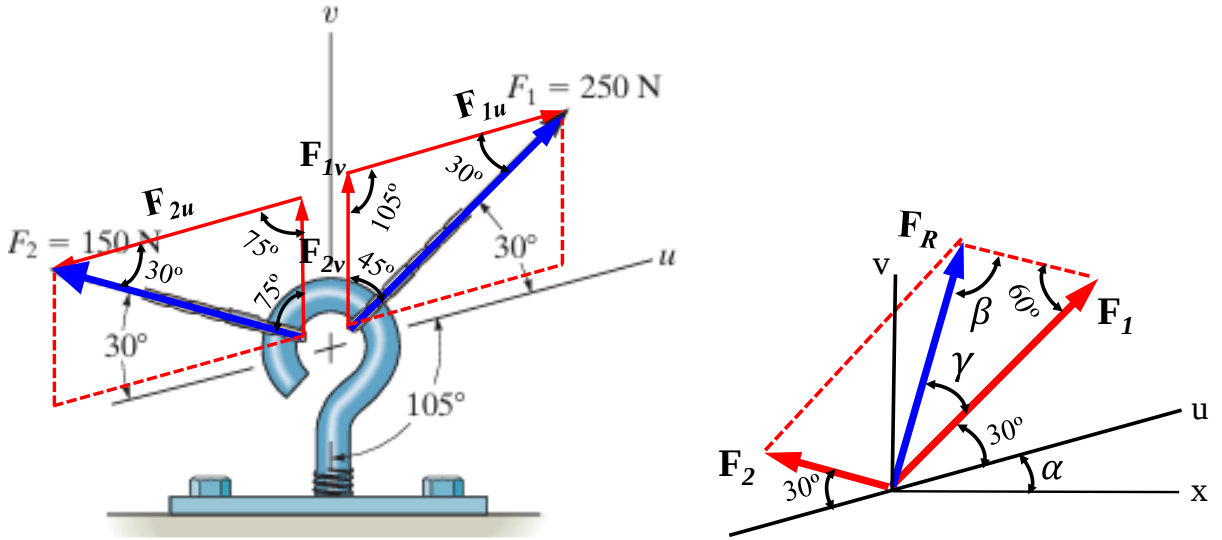
Statik Ödev 1 Çözümleri (08 Mart 2024)

Soru 1: Şekilde gösterilen kanca F_1 ve F_2 kuvvetlerine maruz bırakılmıştır.

- a) F_1 ve F_2 kuvvetlerinin u ve v doğrultularındaki bileşenlerinin büyüklüklerini,
b) Bileşke kuvvetin büyüklüğünü ve doğrultusunu belirleyiniz.



Çözüm:



a) F_1 ve F_2 kuvvetlerinin u ve v doğrultularındaki bileşenlerinin büyüklüklerinin belirlenmesi:

$$\frac{F_2}{\sin 75^\circ} = \frac{F_{2u}}{\sin 75^\circ} = \frac{F_{2v}}{\sin 30^\circ} \text{ (Sinüs kanunu)}$$

$$F_2 = F_{2u} = 150 \text{ N}; \quad F_{2v} = F_2 \frac{\sin 30^\circ}{\sin 75^\circ} = 77.646 \text{ N}$$

$$\frac{F_1}{\sin 105^\circ} = \frac{F_{1u}}{\sin 45^\circ} = \frac{F_{1v}}{\sin 30^\circ} \text{ (Sinüs kanunu)}$$

$$F_{1u} = F_1 \frac{\sin 45^\circ}{\sin 105^\circ} = \mathbf{183.013\ N}$$

$$F_{1v} = F_1 \frac{\sin 30^\circ}{\sin 105^\circ} = \mathbf{129.410\ N}$$

b) F_1 ve F_2 kuvvetlerinden oluşan bileşke kuvvetin büyüklüğü ve doğrultusunun belirlenmesi:

Kosinüs kanunu ile bileşke kuvvetin hesaplanması:

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos 60^\circ} = \sqrt{250^2 + 150^2 - 2(250)(150)\cos 60^\circ} = \mathbf{217.945\ N}$$

Sinüs kanunu ile bileşke kuvveti üçgeninde diğer açılarının hesaplanması:

$$\frac{F_1}{\sin \beta} = \frac{F_2}{\sin \gamma} = \frac{F_R}{\sin 60^\circ}$$

$$\beta = \sin^{-1} \left(F_1 \frac{\sin 60^\circ}{F_R} \right) = \sin^{-1} \left(250 \frac{\sin 60^\circ}{217.945} \right) = \mathbf{83.413^\circ}$$

$$\gamma = \sin^{-1} \left(F_2 \frac{\sin 60^\circ}{F_R} \right) = \sin^{-1} \left(150 \frac{\sin 60^\circ}{217.945} \right) = \mathbf{36.587^\circ}$$

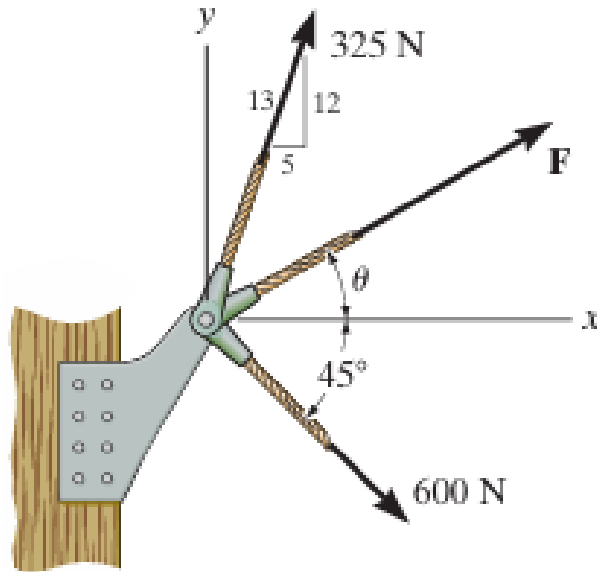
$$\alpha = 105^\circ - 90^\circ = 15^\circ$$

Bileşke kuvvetin doğrultusu, $\theta = \alpha + 30^\circ + \gamma = 15^\circ + 30^\circ + 36.587^\circ = \mathbf{81.587^\circ}$

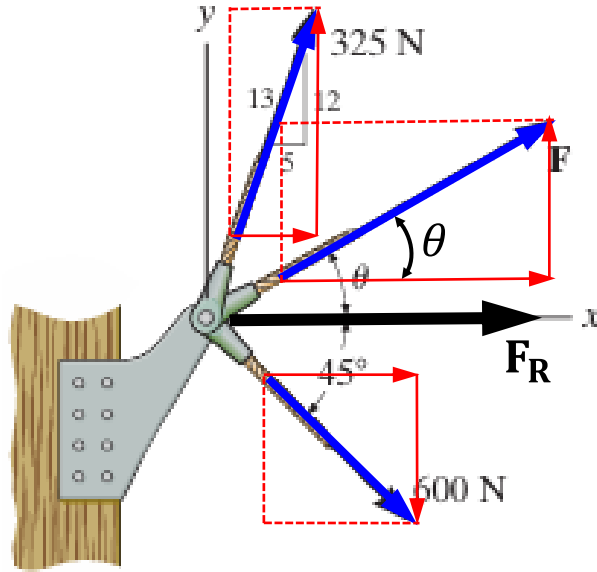
Soru 2: Şekilde gösterilen köşebent bağlantı üzerine etki eden bileşke kuvvetin büyüklüğü pozitif x eksenine doğrultusunda 750 N olduğuna göre;

a) F kuvvetinin büyüklüğünü ve doğrultusunu belirleyiniz.

b) F kuvvetini kartezyen vektörler şeklinde ifade ediniz.



Çözüm:



a) F kuvvetinin büyüklüğünü ve doğrultusunu belirlenmesi:

$$F_{Rx} = \rightarrow \sum F_x = 325 \left(\frac{5}{13} \right) + 600(\cos 45^\circ) + F(\cos \theta) = 750 \text{ N} \dots \dots (1)$$

$$F_{Ry} = + \uparrow \sum F_y = 325 \left(\frac{12}{13} \right) - 600(\sin 45^\circ) + F(\sin \theta) = 0 \dots \dots \dots (2)$$

1 ve 2 nolu eşitlikler yeniden düzenlenirse;

$$F(\sin \theta) = 124.264 \text{ N} \dots \dots \dots (3)$$

$$F(\cos \theta) = 200.736 \text{ N} \dots \dots \dots (4)$$

3 nolu eşitlik 4 nolu eşitlikle bölünürse,

$$\frac{F(\sin \theta)}{F(\cos \theta)} = \tan \theta = \frac{124.264}{200.736} = 0.619$$

$$\theta = \tan^{-1}(0.619) = 31.759^\circ (\vec{F} \text{ kuvvetinin doğrultusu})$$

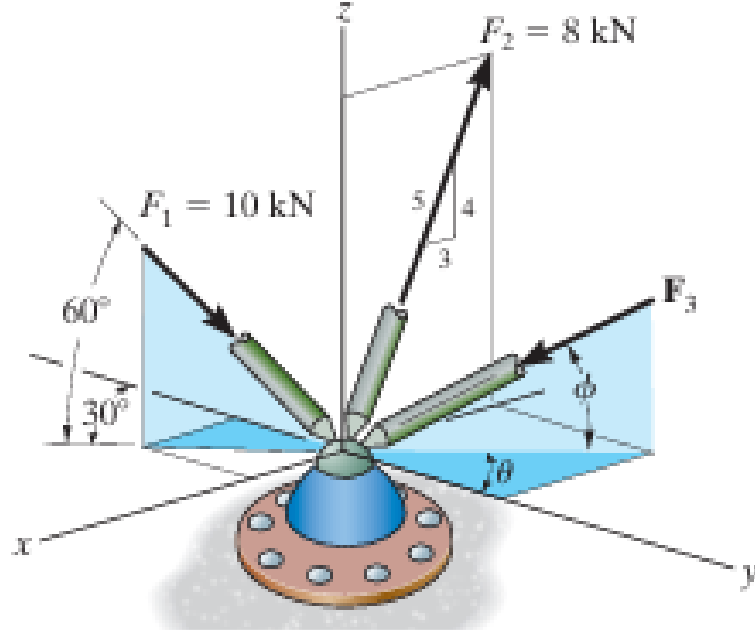
3 nolu eşitlik kullanılarak $\vec{F}$ kuvvetinin büyüklüğü hesaplanabilir.

$$F = \frac{124.264}{\sin \theta} = \frac{124.264}{\sin (31.759^\circ)} = 236.087 \text{ N}$$

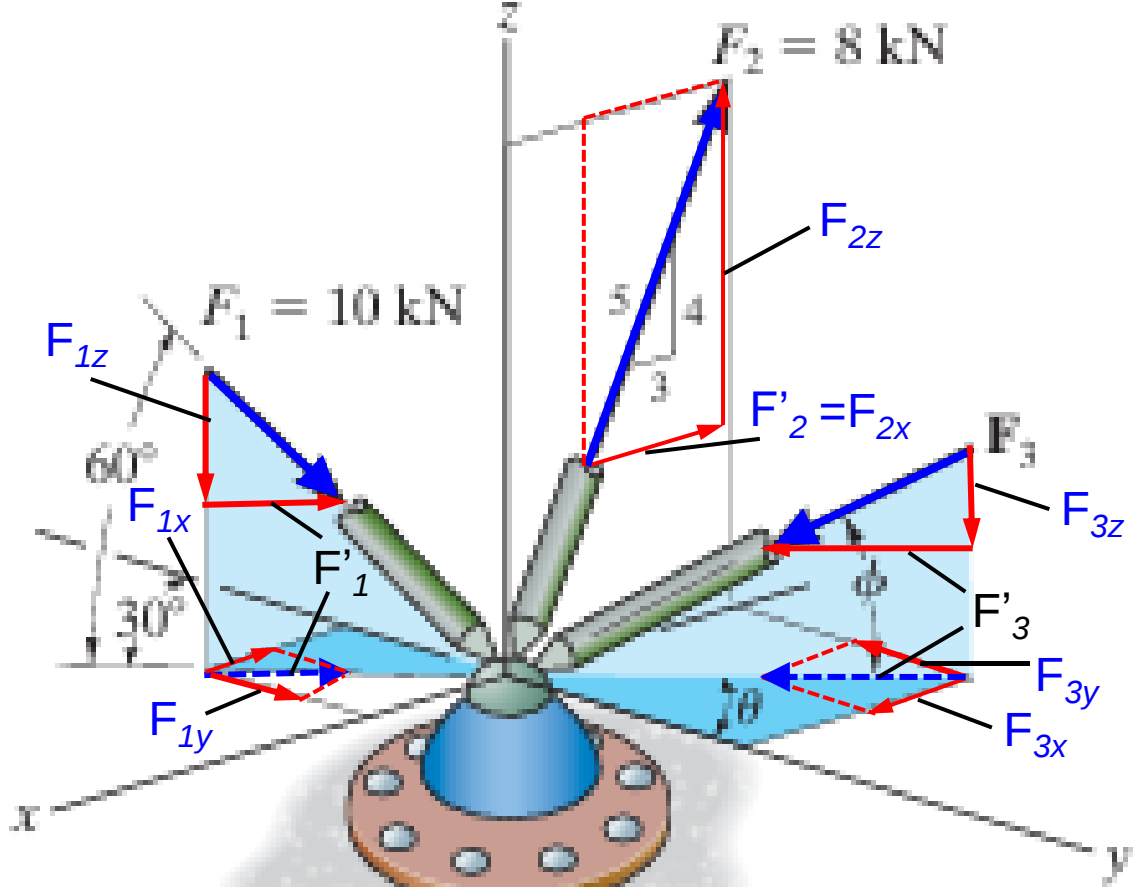
b) F kuvvetini kartezyen vektörler şeklinde ifade edilmesi:

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} = F(\cos \theta) \vec{i} + F(\sin \theta) \vec{j} = \{200.736 \vec{i} + 124.264 \vec{j}\} \text{ N}$$

Soru 3: Şekilde gösterilen küresel başlı bağlantıya F_1 , F_2 ve F_3 kuvvetleri etki etmektedir. $F_3 = 9 \text{ kN}$, $\theta = 30^\circ$ ve $\phi = 45^\circ$ olması durumunda bağlantıda oluşan bileşke kuvvetin büyüklüğünü ve koordinat eksenlerine (x , y ve z) göre doğrultusunu belirleyiniz.



Çözüm:



Her bir kuvvetin kartezyen vektör şeklinde ifade edilişi:

$$\vec{F}_1 = F_{1x}\vec{i} + F_{1y}\vec{j} + F_{1z}\vec{k}$$

$$\vec{F}_2 = F_{2x}\vec{i} + F_{2y}\vec{j} + F_{2z}\vec{k}$$

$$\vec{F}_3 = F_{3x}\vec{i} + F_{3y}\vec{j} + F_{3z}\vec{k}$$

$\vec{F}_1$ kuvvetinin x, y ve z eksenlerindeki bileşenlerinin büyüklükleri:

$$F'_1 = F_1 \cos 60^\circ = 10(\cos 60^\circ) kN = \mathbf{5\ kN}$$

$$F_{1x} = -F'_1 \sin 30^\circ = -5(\sin 30^\circ) kN = \mathbf{-2.5\ kN}$$

$$F_{1y} = F'_1 \cos 30^\circ = 5(\cos 30^\circ) kN = \mathbf{4.33\ kN}$$

$$F_{1z} = -F'_1 \sin 60^\circ = -10(\sin 60^\circ) kN = \mathbf{-8.66\ kN}$$

$\vec{F}_2$ kuvvetinin x, y ve z eksenlerindeki bileşenlerinin büyüklükleri:

$$F'_2 = F_2 \left(\frac{3}{5}\right) = 8\left(\frac{3}{5}\right) kN = \mathbf{4.8\ kN}$$

$$F_{2x} = -F'_2 \cos 0^\circ = -4.8 (\cos 0^\circ) kN = \mathbf{-4.8\ kN}$$

$$F_{2y} = F'_2 \sin 0^\circ = 4.8 (\sin 0^\circ) kN = \mathbf{0\ kN}$$

$$F_{2z} = F_2 \left(\frac{4}{5}\right) = 8\left(\frac{4}{5}\right) kN = \mathbf{6.4\ kN}$$

$\vec{F}_3$ kuvvetinin x, y ve z eksenlerindeki bileşenlerinin büyüklükleri:

$$F'_3 = F_3 \cos 45^\circ = 9 (\cos 45^\circ) kN = \mathbf{6.364\ kN}$$

$$F_{3x} = F'_3 \sin 30^\circ = 6.364 (\sin 30^\circ) kN = \mathbf{3.182\ kN}$$

$$F_{3y} = -F'_3 \cos 30^\circ = -6.364 (\cos 30^\circ) kN = \mathbf{-5.511\ kN}$$

$$F_{3z} = -F'_3 \sin 45^\circ = -9 (\sin 45^\circ) kN = \mathbf{-6.364\ kN}$$

$\vec{F}_R$ bileşke kuvvetinin kartezyen vektörlerle gösterimi:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \sum F_x \vec{i} + \sum F_y \vec{j} + \sum F_z \vec{k}$$

$$\vec{F}_R = (-2.5 - 4.8 + 3.182)\vec{i} + (4.33 + 0 - 5.511)\vec{j} + (-8.66 + 6.4 - 6.364)\vec{k}$$

$$\vec{F}_R = \{-4.118\vec{i} - 1.181\vec{j} - 8.624\vec{k}\} \mathbf{kN}$$

$$\vec{F}_R \text{ bileşke kuvvetinin büyüklüğü, } F_R = \sqrt{(F_{Rx})^2 + (F_{Ry})^2 + (F_{Rz})^2}$$

$$F_R = \sqrt{(-4.118)^2 + (-1.181)^2 + (-8.624)^2} = \mathbf{9.629\ kN}$$

$$\vec{F}_R \text{ doğrultusunun birim vektörü, } \vec{U}_{FR} = \frac{\vec{F}_R}{F_R} = -0.428\vec{i} - 0.122\vec{j} - 0.896\vec{k}$$

$$\alpha = \cos^{-1}(-0.428) = \mathbf{115.341^\circ}$$

$$\beta = \cos^{-1}(-0.122) = \mathbf{97.008^\circ}$$

$$\gamma = \cos^{-1}(-0.896) = \mathbf{153.637^\circ}$$