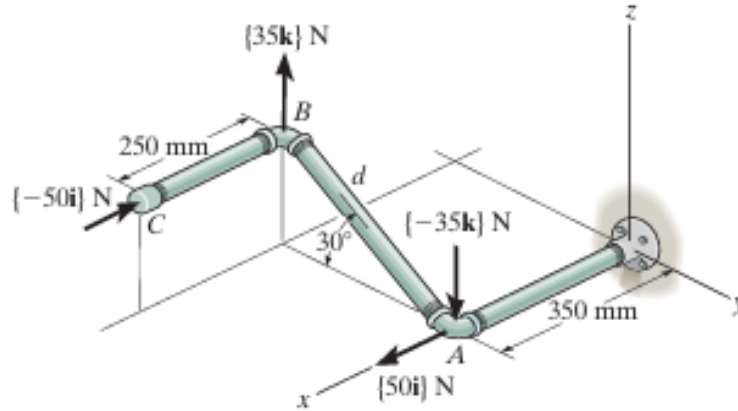
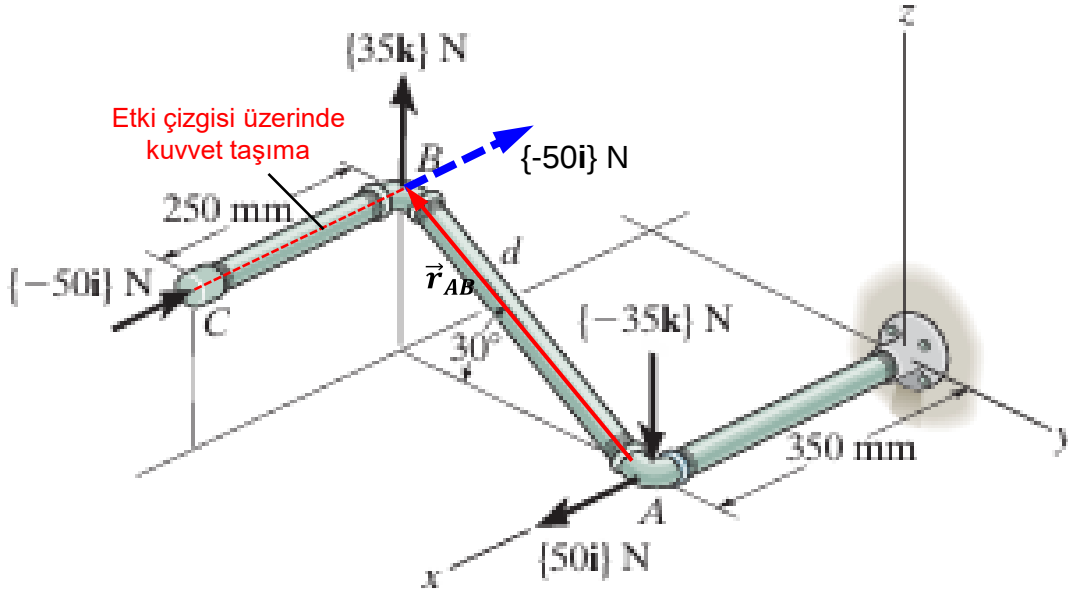


Statik Ödev 5 Çözümleri (05 Nisan 2024)

Soru 1: Şekilde gösterilen boru sisteminin A, B ve C noktalarına etki eden kuvvetlerin duvara bağlı flanş etrafında ürettikleri bileşke momentin büyüklüğü **20 N.m** olduğuna göre A ve B noktaları arasında kalan d mesafesini belirleyiniz.



Çözüm: Boru sistemine etki eden kuvvetlerin AB borusunda kuvvet çifti momentleri oluşturduklarını göstermek için serbest cisim diyagramı çizilerek analize başlanır.



A noktasına göre B noktasının konum vektörü:

$$\vec{r}_{AB} = d(-\cos 30^\circ \vec{j} + \sin 30^\circ \vec{k})$$

$$\vec{M}_R = \vec{r}_{AB} \times (-50 \vec{i} + 35 \vec{k}) = d(-\cos 30^\circ \vec{j} + \sin 30^\circ \vec{k}) \times (-50 \vec{i} + 35 \vec{k}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & -0.866d & 0.5d \\ -50 & 0 & 35 \end{vmatrix}$$

$$\vec{M}_R = [-0.866d(35) - 0.5d(0)]\vec{i} - [0(35) - 0.5d(-50)]\vec{j} + [0(0) - (-0.866d)(-50)]\vec{k}$$

$$\vec{M}_R = \{-30.311d \vec{i} - 25d \vec{j} - 43.301d \vec{k}\} \text{ N.m}$$

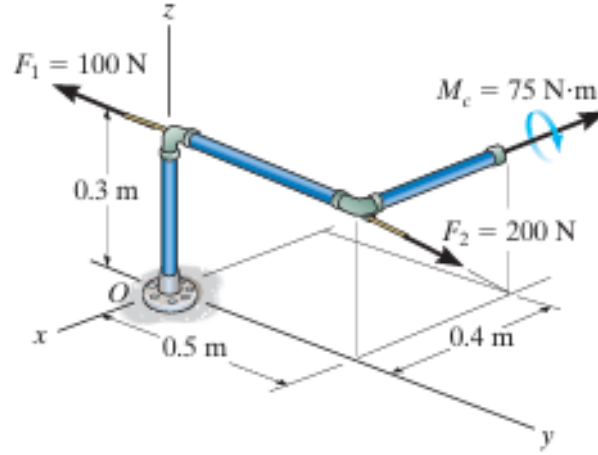
$\vec{M}_R$ bileşke momentinin büyüklüğünün belirlenmesi:

$$M_R = \sqrt{(M_R)_x^2 + (M_R)_y^2 + (M_R)_z^2} = \sqrt{(-30.311d)^2 + (-25d)^2 + (-43.301d)^2} = (58.47d) \text{ N.m}$$

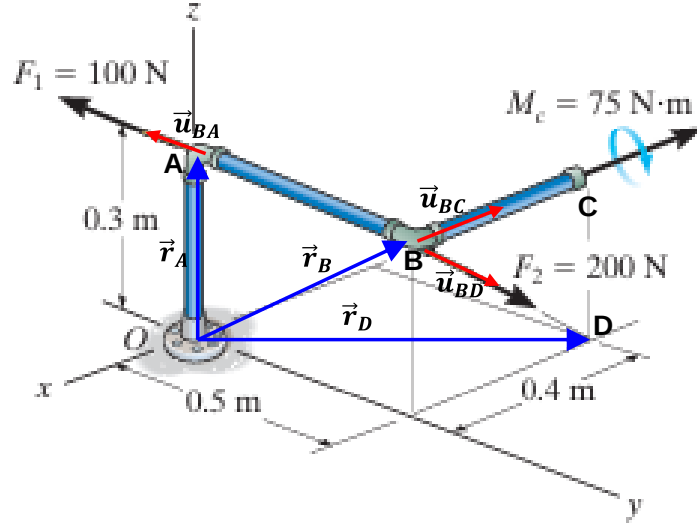
Soruda $M_R = 20 \text{ N.m}$ verildiğine göre,

$$M_R = 58.47d = 20 \Rightarrow d = \frac{20}{58.47} = 0.342 \text{ m} = \mathbf{342 \text{ mm}}$$

Soru 2: Şekilde gösterilen boru sistemine birbirinden farklı noktalarda etki eden kuvvetler ve kuvvet çifti momentlerini O noktasında eşdeğer bileşke kuvvet ve kuvvet çifti momenti şeklinde belirleyiniz.



Çözüm: Boru sistemine etki eden kuvvetler ve kuvvet çifti momentinin başlangıç uçlarının bulundukları kısımlar A, B, C ve D noktalarıyla tanımlanarak bu noktaların konum vektörleri, kuvvetler ve kuvvet çifti momentinin doğrultularını göstermek için serbest cisim diyagramı çizilerek analize başlanır.



A noktasının konum koordinatları: A (0, 0, 0.3 m)

B noktasının konum koordinatları: B (0, 0.5 m, 0.3 m)

C noktasının konum koordinatları: C (-0.4 m, 0.5 m, 0.3 m)

D noktasının konum koordinatları: D (-0.4 m, 0.5 m, 0)

O noktasının konum koordinatları: O (0, 0, 0)

B noktasına göre A noktasının konum vektörü:

$$\vec{r}_{BA} = [(0 - 0)\vec{i} + (0 - 0.5)\vec{j} + (0.3 - 0.3)\vec{k}] = \{-0.5\vec{j}\} \text{ m}$$

B noktasına göre C noktasının konum vektörü:

$$\vec{r}_{BC} = [(-0.4 - 0)\vec{i} + (0.5 - 0.5)\vec{j} + (0.3 - 0.3)\vec{k}] = \{-0.4\vec{i}\} \text{ m}$$

B noktasına göre D noktasının konum vektörü:

$$\vec{r}_{BD} = [(-0.4 - 0)\vec{i} + (0.5 - 0.5)\vec{j} + (0 - 0.3)\vec{k}] = \{-0.4\vec{i} - 0.3\vec{k}\} \text{ m}$$

O noktasına göre A noktasının konum vektörü:

$$\vec{r}_A = [(0 - 0)\vec{i} + (0 - 0)\vec{j} + (0.3 - 0)\vec{k}] = \{0.3\vec{k}\} \text{ m}$$

O noktasına göre B noktasının konum vektörü:

$$\vec{r}_B = [(0 - 0)\vec{i} + (0.5 - 0)\vec{j} + (0.3 - 0)\vec{k}] = \{0.5\vec{j} + 0.3\vec{k}\} \text{ m}$$

BA doğrultusunun birim vektörü:

$$\vec{u}_{BA} = \frac{\vec{r}_{BA}}{r_{BA}} = \frac{-0.5\vec{j}}{\sqrt{(-0.5)^2}} = -\vec{j}$$

BC doğrultusunun birim vektörü:

$$\vec{u}_{BC} = \frac{\vec{r}_{BC}}{r_{BC}} = \frac{-0.4\vec{i}}{\sqrt{(-0.4)^2}} = -\vec{i}$$

BD doğrultusunun birim vektörü:

$$\vec{u}_{BD} = \frac{\vec{r}_{BD}}{r_{BD}} = \frac{-0.4\vec{i} - 0.3\vec{k}}{\sqrt{(-0.4)^2 + (-0.3)^2}} = -\frac{4}{5}\vec{i} - \frac{3}{5}\vec{k}$$

$\vec{F}_1, \vec{F}_2$ kuvvetleri ve $\vec{M}_C$ kuvvet çifti momentinin kartezyen vektörler ile gösterimi:

$$\vec{F}_1 = F_1 \vec{u}_{BA} = 100(-\vec{j}) = \{-100\vec{j}\} \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = F_2 \vec{u}_{BD} = 200\left(-\frac{4}{5}\vec{i} - \frac{3}{5}\vec{k}\right) = \{-160\vec{i} - 120\vec{k}\} \text{ N}$$

$$\vec{M}_C = M_C \vec{u}_{BC} = 75(-\vec{i}) = \{-75\vec{i}\} \text{ N.m}$$

O noktasındaki eşdeğer bileşke kuvvetin belirlenmesi:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -100\vec{j} - 160\vec{i} - 120\vec{k} = \{-160\vec{i} - 100\vec{j} - 120\vec{k}\} \text{ N}$$

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2 + (F_R)_z^2} = \sqrt{(-160)^2 + (-100)^2 + (-120)^2} = \mathbf{223.607 \text{ N}}$$

O noktasındaki eşdeğer kuvvet çifti momentinin belirlenmesi:

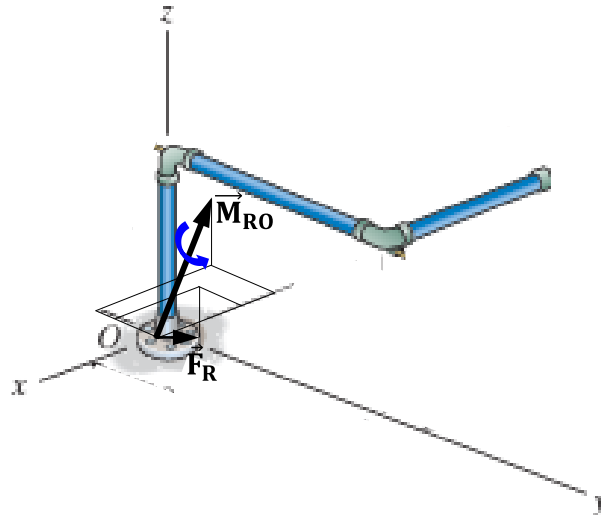
$$(\vec{M}_R)_O = \vec{M}_C + \vec{r}_A \times \vec{F}_1 + \vec{r}_B \times \vec{F}_2 = -75\vec{i} + (0.3\vec{k}) \times (-100\vec{j}) + (0.5\vec{j} + 0.3\vec{k}) \times (-160\vec{i} - 120\vec{k})$$

$$(\vec{M}_R)_O = -75\vec{i} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & -100 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0.5 & 0.3 \\ -160 & 0 & -120 \end{vmatrix}$$

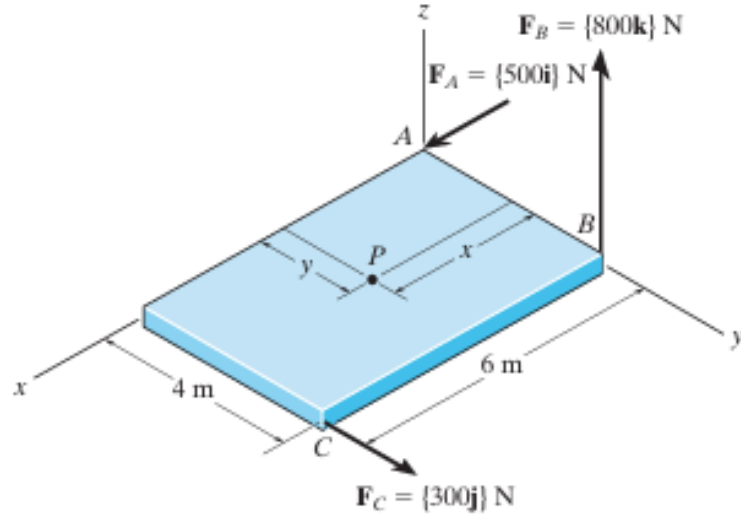
$$(\vec{M}_R)_O = -75\vec{i} + 30\vec{i} + \left[\underbrace{0.5(-120) - 0.3(0)}_{-60} \right] \vec{i} - \left[\underbrace{0(-120) - 0.3(-160)}_{48} \right] \vec{j} + \left[\underbrace{0(0) - 0.5(-160)}_{80} \right] \vec{k}$$

$$(\vec{M}_R)_O = (-75 + 30 - 60)\vec{i} + (-48)\vec{j} + (80)\vec{k} = \{-105\vec{i} - 48\vec{j} + 80\vec{k}\} \text{ N.m}$$

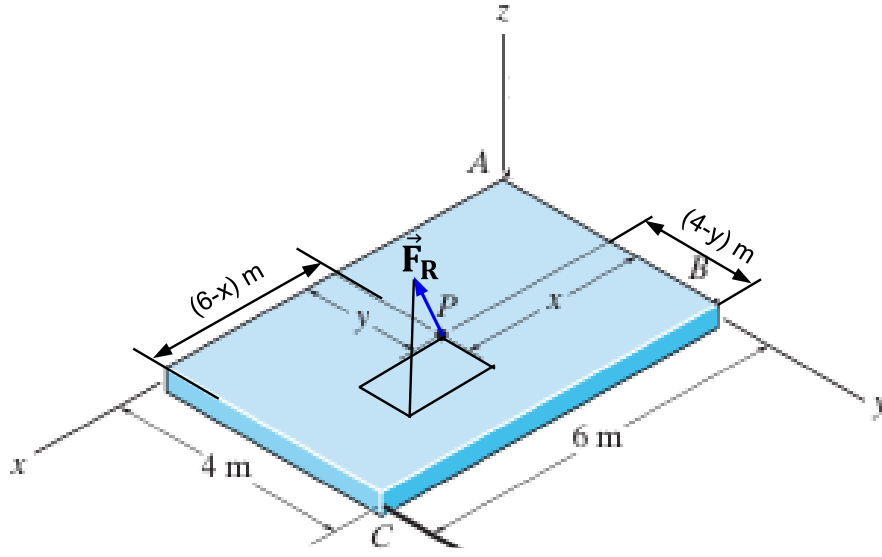
$$(M_R)_O = \sqrt{(M_R)_{Ox}^2 + (M_R)_{Oy}^2 + (M_R)_{Oz}^2} = \sqrt{(-105)^2 + (-48)^2 + (80)^2} = \mathbf{140.46 \text{ N.m}}$$



Soru 3: Şekilde gösterilen plak üzerine etki eden üç kuvveti bir vida ile değiştiriniz. Vidayı oluşturan kuvvetin ve kuvvet çifti momentinin büyüklüklerini hesaplayarak vidanın etki çizgisinin plağı kestiği P(x, y) noktasının x ve y mesafelerini belirleyiniz.



Çözüm: Plağa etki eden kuvvetlerin P(x,y) noktasındaki oluşturduğu bileşke kuvvetin doğrultusunu göstermek için serbest cisim diyagramı çizilerek analize başlanır.



P noktasındaki eşdeğer bileşke kuvvetin kartezyen vektörlerle belirlenmesi:

$$\vec{F}_R = \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C = 500 \vec{i} + 300 \vec{j} + 800 \vec{k} = \{500 \vec{i} + 300 \vec{j} + 800 \vec{k}\} \text{ N}$$

P noktasındaki eşdeğer bileşke kuvvetin büyüklüğünün belirlenmesi:

$$F_R = \sqrt{(F_R)_x^2 + (F_R)_y^2 + (F_R)_z^2} = \sqrt{(500)^2 + (300)^2 + (800)^2} = \mathbf{989.949 \text{ N}}$$

P noktasındaki eşdeğer bileşke kuvvetin doğrultusunun belirlenmesi:

$$\vec{u}_{FR} = \frac{\vec{F}_R}{F_R} = \frac{500 \vec{i} + 300 \vec{j} + 800 \vec{k}}{989.949} = \underbrace{0.505}_{\cos\alpha} \vec{i} + \underbrace{0.303}_{\cos\beta} \vec{j} + \underbrace{0.808}_{\cos\gamma} \vec{k}$$

Vida kuralına göre P noktasındaki eşdeğer kuvvet ve kuvvet çifti momentini aynı doğrultudadır.

$$\vec{M}_R = (\vec{M}_R)_x + (\vec{M}_R)_y + (\vec{M}_R)_z = \underbrace{0.505M_R}_{(M_R)_x} \vec{i} + \underbrace{0.303M_R}_{(M_R)_y} \vec{j} + \underbrace{0.808M_R}_{(M_R)_z} \vec{k}$$

P noktasına göre kuvvetlerin x, y ve z eksenleri etrafında oluşturdıkları bileşke momentlerin skaler olarak belirlenmesi:

$$(M_R)_x = 800(4-y) = 0.505M_R$$

$$(M_R)_y = 800x = 0.303M_R$$

$$(M_R)_z = 300(6-x) + 500y = 0.808M_R$$

$$\frac{(M_R)_y}{(M_R)_x} = \frac{800x}{800(4-y)} = \frac{0.303M_R}{0.505M_R} = \frac{3}{5}$$

$$5x = 12 - 3y \Rightarrow x = 2.4 - 0.6y \dots (1)$$

$$\frac{(M_R)_y}{(M_R)_z} = \frac{800x}{300(6-x) + 500y} = \frac{0.303M_R}{0.808M_R} = \frac{3}{8}$$

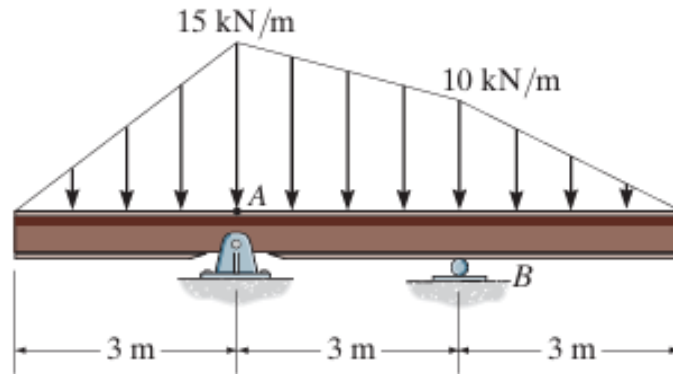
$$54 - 9x + 15y = 64x \Rightarrow x = 0.74 + 0.205y \dots (2)$$

(1) ve (2) nolu denklemlerde x terimleri birbirine eşitlenirse,

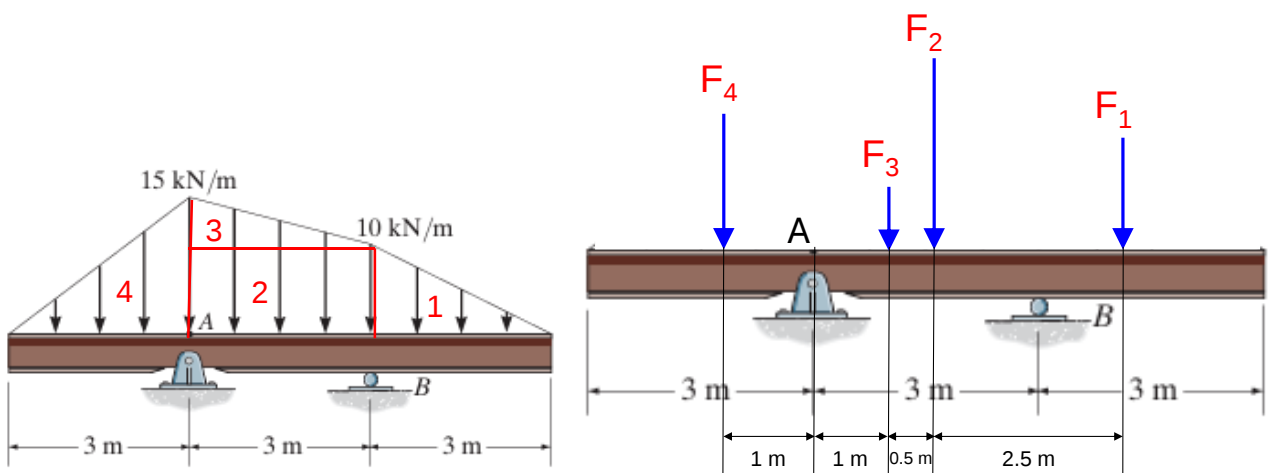
$$2.4 - 0.6y = 0.74 + 0.205y \Rightarrow y = 2.062 \text{ m}$$

$$x = 2.4 - 0.6(2.062) = 1.162 \text{ m}$$

Soru 4: Şekilde gösterilen kirişin üzerine etki eden yayılı yüklerin oluşturduğu eşdeğer bileşke kuvvetin A noktasına göre mesafesini belirleyiniz.



Çözüm: Kirişe etki eden yayılı yükler eşdeğer tekil yüklerle indirgenerek ağırlık merkezlerine etki edecek şekilde ayrı ayrı tekil kuvvetler oluşturularak serbest çizim diyagramı çizilir.



Yayılı yüklerin oluşturduğu tekil kuvvetler eğri altında kalan alanlar hesaplanarak belirlenir.

$$F_1 = \frac{1}{2} 3 \text{ m} \left(10 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right) = 15 \text{ kN}$$

$$F_2 = 3 \text{ m} \left(10 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right) = 30 \text{ kN}$$

$$F_3 = \frac{1}{2} 3 \text{ m} \left[(15 - 10) \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right] = 7.5 \text{ kN}$$

$$F_4 = \frac{1}{2} 3 \text{ m} \left(15 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \right) = 22.5 \text{ kN}$$

Yayılı yüklerin oluşturduğu eşdeğer bileşke tekil kuvvetin belirlenmesi:

$$F_R = + \sum F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$$

$$F_R = 15 + 30 + 7.5 + 22.5 = 75 \text{ kN} \downarrow$$

Tekil kuvvetlerin A noktası etrafında ürettikleri eşdeğer bileşke momentin belirlenmesi:

$$(M_R)_A = + \sum M_A = 4(15) + 1.5(30) + 1(7.5) - 1(22.5) = 90 \text{ kN.m} \curvearrowright$$

$$(M_R)_A = x F_R$$

$$90 \text{ kN.m} = x(75 \text{ kN}) \Rightarrow x = 1.2 \text{ m}$$

