



Karadeniz Teknik Üniversitesi

Orman Fakültesi
Orman Endüstri Mühendisliği Bölümü

TERMODİNAMİK

ÖRNEK PROBLEMLER – DURUM DEĞİŞMELERİ

Dr.-Mak.Müh. Kemal ÜÇÜNCÜ



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Örnek Problem (İzokorik ve İzotermik Durum Değişmesi)

Özgül hacmi $0,8 \text{ m}^3/\text{kg}$ olan ideal gaz sabit hacimde 27°C sıcaklıktan 77°C sıcaklığa kadar ısıtılmaktadır. Daha sonra sabit sıcaklıkta özgül hacmi $1,6 \text{ m}^3/\text{kg}$ oluncaya kadar genişlemektedir. Son durumdaki basıncı, ilk durumundaki basıncına oranını bulunuz.

$$\bullet v_1 = 0,8 \text{ m}^3/\text{kg} , T_1 = 27^\circ\text{C} , T_2 = 77^\circ\text{C} , v_3 = 1,6 \text{ m}^3/\text{kg}$$

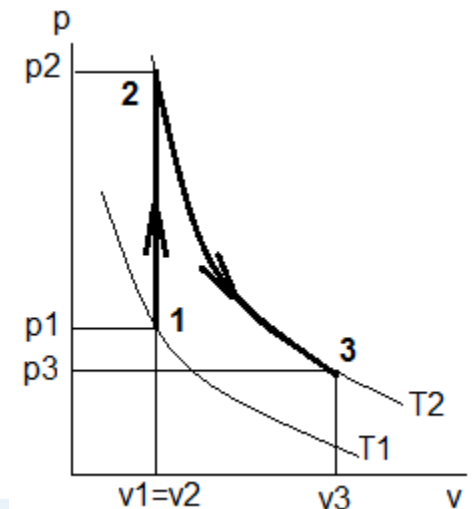
Sabit hacimde durum değişimi

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{300 \text{ K}}{350 \text{ K}} \rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \frac{6}{7} \rightarrow p_2 = \frac{7}{6} p_1$$

Sabit sıcaklıkta durum değişimi

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{v_2}{v_3} \rightarrow \frac{p_2}{p_3} = \frac{1,6 \text{ m}^3/\text{kg}}{0,8 \text{ m}^3/\text{kg}} \rightarrow \frac{p_2}{p_3} = 2 \rightarrow p_3 = \frac{p_2}{2}$$

$$p_3 = \frac{7}{12} p_1 \text{ ise; } p_3 = \frac{7}{12} p_1$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (İzokor Durum Değişmesi)

Basıncı 1 bar ve sıcaklığı 55 °C olan kapalı bir ortamdaki hava 13 bar basınca kadar izokor olarak sıkıştırılıyor. Durum değişmesinin sürtünmesiz ve havanın ideal gaz olduğu kabul ediliyor.

$$R = 287 \frac{J}{kgK}, k = 1,4$$

Durum değişmesi sonunda havanın sıcaklığı ne kadardır?

Durum değişmesi sonunda işi ve ısı alışverişini hesaplayınız.

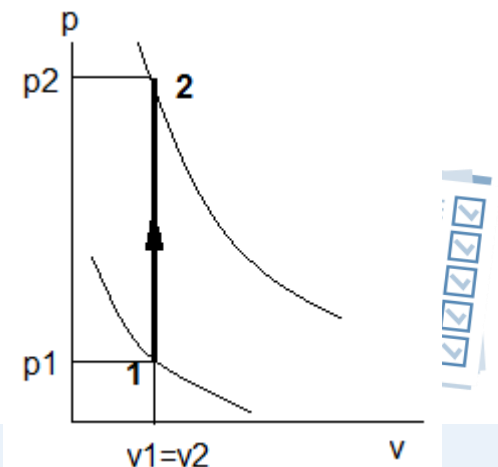
İç enerji ve entalpi ne kadar değişmiştir?

$$p_1 = 1 \text{ bar}, T_1 = 55 \text{ °C}, p_2 = 13 \text{ bar}, V_1 = V_2 = V$$

İki durum için ideal gaz denklemi

$$p_1 V = m R T_1$$

$$p_2 V = m R T_2$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Bu eşitlikler ikinci durumdaki sıcaklık için yazılır.

$$T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1}$$

$$T_2 = 328 \text{ K} \frac{13 \text{ bar}}{1 \text{ bar}} \rightarrow T_2 = 4264 \text{ K}$$

$$w_{12} = -p (v_2 - v_1); v_1 = v_2$$

$$w_{12} = 0$$

$$\text{TD1K: } q_{12} + w_{12} = \Delta u_{12}$$

$$q_{12} = \Delta u_{12}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Hava için $k = 1,4$

$$C_v = \frac{R}{k-1} = \frac{287 \text{ J/kgK}}{1,4-1} = 787, \text{ J/kgK}$$

$$q_{12} = C_v (T_2 - T_1)$$

$$q_{12} = 787,5 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} (4264 - 328) \text{ K} \frac{1 \text{ kJ}}{1000 \text{ J}} \text{ ise; } q_{12} = 2824 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta u_{12} = q_{12}; w_{12} = 0 \text{ ise; } \Delta u_{12} = 2824 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta h_{12} = C_p (T_2 - T_1)$$

$$C_p = \frac{k}{k-1} R = \frac{1,4}{1,4-1} 287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} = 1004,5 \text{ J/kgK}$$

$$\Delta h_{12} = 1004,5 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} (4264 - 328) \text{ K} \frac{1 \text{ kJ}}{1000 \text{ J}} \text{ ise; } \Delta h_{12} = 3954 \text{ kJ/kg}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (İzobar Durum Değişmesi)

80 °C'deki 1 kg ideal gaz 1 m³ hacimden 6 m³ hacme kadar izobar olarak genişletiliyor. $R = 287 \text{ J/kgK}$

Durum değişmesi başında ve sonundaki gaz basıncını hesaplayınız.

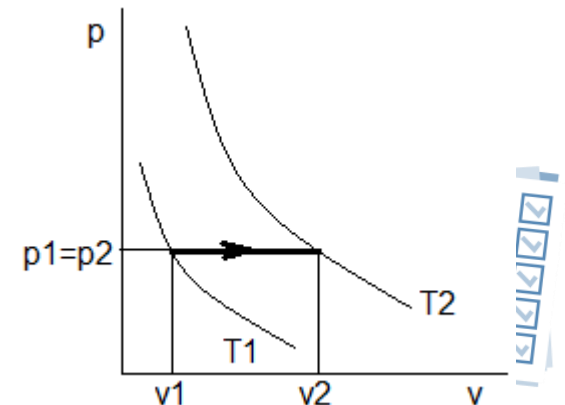
Durum değişmesinden sonraki gaz sıcaklığını hesaplayınız.

Genişleme işini hesaplayınız.

İç enerji ve entalpideki değişimle ısı alışverişini hesaplayınız.

$$T_2 = 80 \text{ °C}, m = 1 \text{ kg}, V_1 = 1 \text{ m}^3, V_2 = 6 \text{ m}^3$$

İzobar durum değişmesi $p_1 = p_2 = p$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Başlangıç durumu ideal gaz denkleminde basınç hesaplanır.

$$p = \frac{m R T_1}{V_1} = \frac{1 \text{ kg } 287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} 353 \text{ K}}{1 \text{ m}^3} ; 1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$$

$$p = 101311 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} ; 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$p = 1,013 \text{ bar}$$

İki durum için ideal denklemi yazılarak birbirine oranlanırsa, durum değişmesi sonundaki sıcaklık $T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1}$ eşitliği elde edilir.

$$T_2 = 353 \text{ K } \frac{6 \text{ m}^3}{1 \text{ m}^3} = 2118 \text{ K}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Genişleme işi

$$W_{12} = -p (V_2 - V_1)$$

$$W_{12} = -101311 \frac{N}{m^2} (6 - 1) m^3 ; 1 J = 1 Nm \text{ ise; } W_{12} = 506555 J$$

İç enerji değişimi

$$\begin{aligned} \Delta u_{12} &= C_v (T_2 - T_1) = 717,5 \frac{J}{kgK} (2118 - 328) K \frac{1 kJ}{1000 J} \\ &= 1266,387 kJ/kg \end{aligned}$$

$$\Delta U_{12} = m \Delta u_{12} = 1 kg 1266,387 \frac{kJ}{kg} = 1266,387 kJ$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Entalpi değişimi

$$\Delta h_{12} = C_p (T_2 - T_1) = 1004,5 \frac{J}{kgK} (2118 - 328)K \frac{1 kJ}{1000 J}$$
$$= 1772,942 kJ/kg$$

$$\Delta H_{12} = m \Delta h_{12} = 1 kg 1772,942 \frac{kJ}{kg} = 1772,942 kJ$$

İç enerji değişimi

$$q_{12} = \Delta h_{12}; TD1K \text{ ise; } q_{12} = 1772,942 kJ/kg$$

$$Q_{12} = 1772,942 kJ$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (İzoterm Durum Değişmesi)

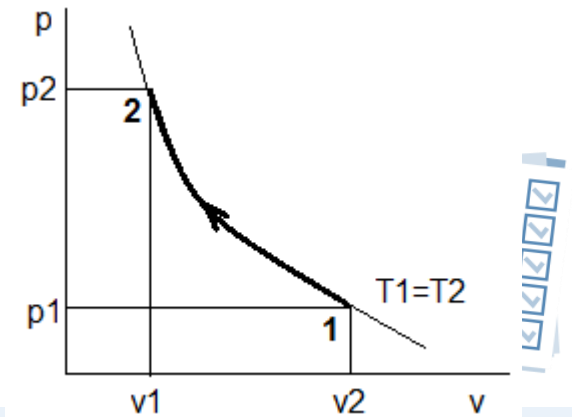
Basıncı 1 bar ve sıcaklığı 120°C olan 1 kg hava sabit sıcaklıkta 13 bar basınca kadar sıkıştırılıyor. Sıkıştırma işlemi sürtünmesiz ve hava ideal gazdır.

Sıkıştırma başlangıcında ve sonunda özgül hacim ne kadardır?

Sıkıştırma sırasında harcanan işi hesaplayınız.

Sıkıştırma sırasında iç enerji ve entalpi değişimini hesaplayınız

Sıkıştırma sırasında ısı alışverişi ne kadardır?



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Veriler:

$$p_1 = 1 \text{ bar}, p_2 = 13 \text{ bar}, T_1 = 120 \text{ }^\circ\text{C}, m = 1 \text{ kg}$$

Çözüm:

İlk durum için ideal gaz denklemi yazılır ve özgül hacim eşitliği bulunur.

$$p_1 v_1 = R T_1 \rightarrow v_1 = \frac{R T_1}{p_1}$$

$$v_1 = \frac{287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} 393 \text{ K}}{1 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2} ; 1 \text{ J} = 1 \text{ Nm} \text{ ise; } v_1 = 1,1279 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$T_1 = T_2 = T$ için her ilk ve son durum için ideal denklemlerinden

$$p_1 v_1 = p_2 v_2$$

Bağıntısı yazılır. Buradan ikinci hala ait özgül hacim hesaplanır.

$$v_2 = v_1 \frac{p_1}{p_2} = 1,1279 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \frac{1 \text{ bar}}{13 \text{ bar}} = 0,0867 \text{ m}^3/\text{kg}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Harcanan iş

$$w_{12} = R T \ln \frac{p_2}{p_1} = 0,287 \frac{kJ}{kgK} \ln \frac{13}{1} = 289,303 \text{ kJ/kg}$$

İç enerji değişimi

$$\Delta u_{12} = 0; T_1 = T_2$$

Entalpi değişimi

$$\Delta h_{12} = 0; T_1 = T_2$$

Isı alışverişi

$$q_{12} = -w_{12}; \Delta u_{12} = 0; TD1K \text{ ise; } q_{12} = -289,303 \text{ kJ/kg}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (İzoterm ve İzobar İkili Durum Değişmesi)

İdeal bir gaz 2 bar basınçta 0,5 m³ hacimde ve 80 °C sıcaklıktadır. Gazın sabit sıcaklıkta durum değişimi sonunda basıncı 5 bar olmaktadır. Daha sonra gaz sabit basınçta durum değiştirmekte ve hacmi 0,4 m³ olmaktadır. Gazın son sıcaklığını bulunuz.

$$p_1 = 2 \text{ bar} , V_1 = 0,5 \text{ m}^3 , T_1 = 353 \text{ K} , p_2 = 5 \text{ bar} , V_3 = 0,4 \text{ m}^3$$

Sabit sıcaklıkta durum değişiminde

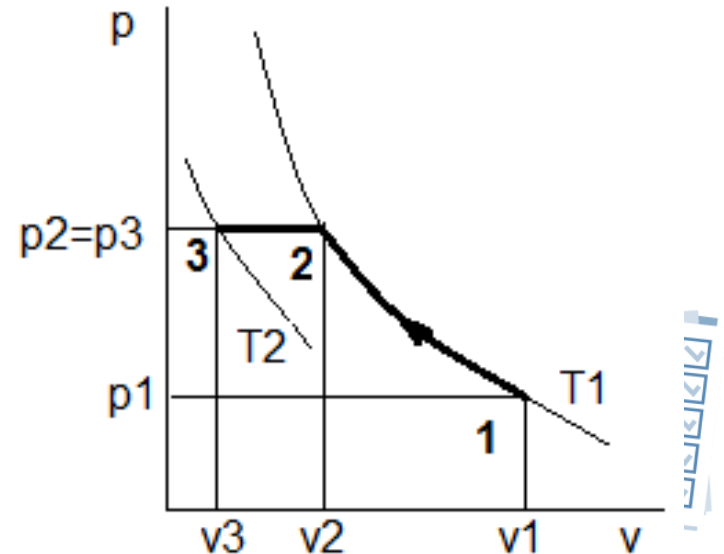
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1} \rightarrow V_2 = V_1 \frac{p_1}{p_2}$$

$$V_2 = 0,5 \text{ m}^3 \frac{2 \text{ bar}}{5 \text{ bar}} \rightarrow V_2 = 0,2 \text{ m}^3$$

Sabit basınçta durum değişimi

$$\frac{V_2}{V_3} = \frac{T_2}{T_3} \rightarrow T_3 = T_2 \frac{V_3}{V_2}$$

$$T_3 = 353 \text{ K} \frac{0,4 \text{ m}^3}{0,2 \text{ m}^3} \text{ ise; } T_3 = 706 \text{ K}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

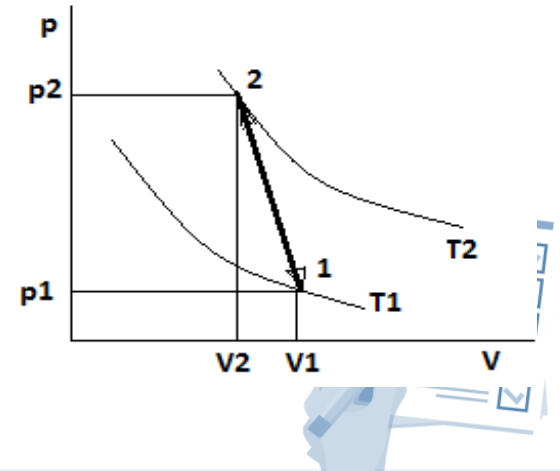
ÖRNEK (Adyabatik Durum Değişmesi)

Kütlesi 3 kg, basıncı 7 bar ve sıcaklığı 180 °C olan ideal bir gazın adyabatik durum değiştirmesi sonucunda hacmi 3 kat artmaktadır. $R = 287 \text{ J/kgK}$ ve $k = 1,4$ olduğuna göre, gazın son durumdaki sıcaklığını ve yaptığı işi hesaplayınız.

$$m = 3 \text{ kg} , p_1 = 7 \text{ bar} , T_1 = 180 \text{ °C} , R = 287 \text{ J/kgK} , k = 1,4$$

Adyabatik durum değişmesinde

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^k \rightarrow p_2 = \frac{p_1}{\left(\frac{v_2}{v_1} \right)^k} = \frac{7 \text{ bar}}{(3)^{1,4}} = 1,503 \text{ bar}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

İlk hacim durum denkleminde

$$p_1 V_1 = m R T_1 \rightarrow V_1 = \frac{m R T_1}{p_1}$$

$$V_1 = \frac{3 \text{ kg } 287 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} (273+180) \text{ K}}{7 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2} = 0,557 \text{ m}^3$$

İkinci halde sıcaklık durum denkleminde

$$p_2 V_2 = m R T_2 \rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{m R}$$

$$T_2 = \frac{1,503 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} 0,557 \text{ m}^3}{3 \text{ kg } 287 \text{ J/kgK}} = 291,7 \text{ K}$$

Gaz tarafından yapılan iş

$$W = m C_v (T_2 - T_1) = 3 \text{ kg } \frac{287 \text{ J/kgK}}{1,4-1} (453 - 291,7) \text{ K} = 347,2 \text{ kJ}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (İzoterm ve Adyabatik İkili Durum Değişmesi)

12 bar basınçta 250 °C sıcaklıkta 5 kg azot gazı 2 bar basınca kadar genişlemektedir. Gazın son durumdaki parametrelerini ve yaptığı işi

a) İzoterm durum değişimi

b) Adyabatik durum değişimi için hesaplayınız.

Veriler:

$$p_1 = 12 \text{ bar} , T_1 = 250 \text{ }^{\circ}\text{C} , m = 5 \text{ kg} , p_2 = 2 \text{ bar}$$

$$M = 28 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} , k = 1,4 \text{ (Azot için tablo değerleri)}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Çözüm:

a) İzoterm durum değişmesi için:

İlk durumdaki hacmi, durum denkleminden

$$p_1 V_1 = mRT_1$$

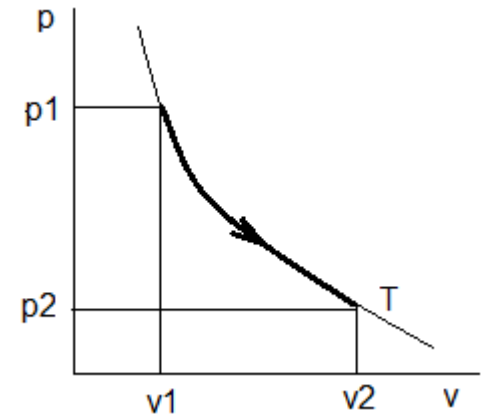
$$V_1 = \frac{mRT_1}{p_1}$$

$$V_1 = \frac{5 \text{ [kg]} \left(\frac{8314,31}{28} \right) \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \right] (250+273) [\text{K}]}{12 \cdot 10^5 \text{ [N/m}^2]} \rightarrow V_1 = 0,647 \text{ m}^3$$

Son durumdaki hacmi; T = sb için

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1} \rightarrow V_2 = V_1 \frac{p_1}{p_2}$$

$$V_2 = 0,647 \text{ m}^3 \frac{12 \text{ bar}}{2 \text{ bar}} \rightarrow V_2 = 3,88 \text{ m}^3$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Gazın yaptığı iş

$$W = m p_1 v_1 \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right) = p_1 V_1 \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$$

$$W = 12 * 10^5 \left[\frac{N}{m^2} \right] 0,647 [m^3] \ln \left(\frac{12 \text{ bar}}{2 \text{ bar}} \right)$$

$$W = 1391122 \text{ J} = 1.391,122 \text{ kJ}$$

Gazın aldığı ısı

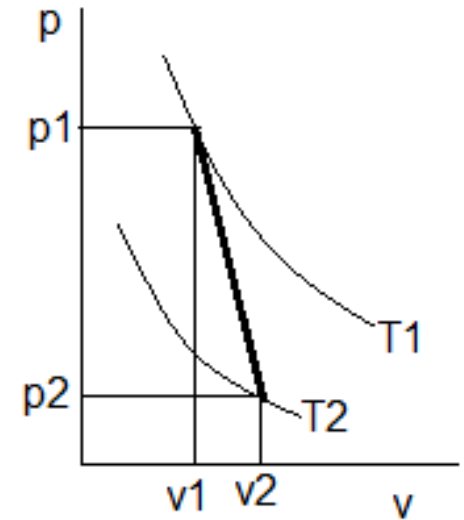
$$Q = W = 1391,122 \text{ kJ}$$

b) Adyabatik durum değişimi

Son haldeki hacim

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1/k} \rightarrow V_2 = \frac{V_1}{\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{1/k}} = \frac{0,647 \text{ m}^3}{\left(\frac{2}{12} \right)^{1/1,4}}$$

$$V_2 = 2,327 \text{ m}^3$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Gazın son sıcaklığı, durum denkleminde

$$p_2 V_2 = m R T_2 \rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{m R}$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \left[\frac{N}{m^2} \right] \cdot 2,327 [m^3]}{5 [kg] (8314,31/28) [J/kgK]} \rightarrow T_2 = 313,5 \text{ K}$$

Gazın yaptığı iş

$$W = -\Delta U = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2 = m C_v (T_1 - T_2) \\ = m \frac{R}{k-1} (T_1 - T_2)$$

$$W = 5 \text{ kg} \left(\frac{(8314,31/28)}{1,4-1} \right) \frac{J}{kgK} (523 - 313,5) \text{ K ise;}$$

$$W = 778320 \text{ J} = 778,32 \text{ kJ}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (Havanın Adyabatik Sıkıştırılması)

22 °C sıcaklıkta ve 95 kPa basınçtaki hava tersinir ve adyabatik olarak bir motor içinde sıkıştırılmaktadır. Piston-silindir düzeneğinin sıkıştırma oranı 8 olduğuna göre havanın son haldeki sıcaklığını hesaplayınız

$$\frac{V_1}{V_2} = 8, T_1 = 22\text{ °C} = 295\text{ K}, p_1 = 95\text{ kPa}$$

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)_{s=sb} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{k-1}$$

$$T_2 = 295\text{ K} (8)^{1,391-1} \rightarrow T_2 = 665,2\text{ K}$$

$$\text{Ortalama sıcaklık } T = \frac{T_2 + T_1}{2} = \frac{665,2 + 295}{2} = 480,1\text{ K}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Tablodan ortalama 480,1 K sıcaklığı için $k = 1,388$ yaklaşık değeri alınır

$$T_2 = 295 (8)^{1,388-1} = 661 \text{ K}$$

$$\text{İkinci hesapta ortalama sıcaklık } T = \frac{T_2 + T_1}{2} = \frac{661 + 295}{2} = 478 \text{ K}$$

Sonuç fazlaca değişmeyeceğinden iterasyona son verilebilir.



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (Helyumun Adyabatik Sıkıştırılması)

Helyum gazı adyabatik bir kompresöre 100 kPa basınç 10 °C sıcaklıkta girmekte ve tersinir bir hal değişimi ile 160 °C sıcaklığa kadar sıkıştırılmaktadır. Helyumun çıkış basıncını hesaplayınız.

$$p_1 = 100 \text{ kPa} \quad , \quad T_1 = 10 \text{ °C} = 283 \text{ K} \quad , \quad T_2 = 160 \text{ °C} = 433 \text{ K}, \\ k = 1,667 \text{ (tablo)}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$p_2 = 100 \text{ kPa} \left(\frac{433 \text{ K}}{283 \text{ K}} \right)^{\frac{1,667}{1,667-1}} = 289 \text{ kPa}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (İç Enerji Değişimi)

Bir silindir-piston sistemi içinde 10 kg hava sabit basınç altında 15 °C sıcaklıktan 35 °C sıcaklığa kadar ısıtılmaktadır. Bu durumda hava genişleyerek pistonu itmek suretiyle 105 kJ'lük bir iş yaptığına göre, sistemin iç enerjisindeki değişmeyi hesaplayınız. Havanın sabit basınçta özgül ısısı $C_p = 1,005 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$ 'dir.

$$m = 10 \text{ kg}, T_1 = 15^\circ\text{C}, T_2 = 35^\circ\text{C}, W = 105 \text{ kJ}$$

Sisteme verilen ısı miktarı:

$$Q = m C_p (T_2 - T_1)$$

$$Q = 10 [\text{kg}] 1,005 [\text{kJ/kg}^\circ\text{C}] (35 - 15) [^\circ\text{C}] \text{ ise; } Q = 201 [\text{kJ}]$$

Termodinamiğin 1. Kanunundan

$$Q = W + \Delta U \rightarrow \Delta U = Q - W ; \Delta U = 201 - 105 = 96 \text{ kJ}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (Sabit Basıncıta Isıl Özellikler)

Oksijen gazı sabit basınç altında $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ sıcaklıkta $0,25\text{ m}^3/\text{kg}$ hacminden $0,32\text{ m}^3/\text{kg}$ hacmine kadar genişlemektedir. Oksijenin sabit hacimde aldığı ısı 187 kJ ve sabit basınçta ortalama ısı kapasitesi $0,92\text{ kJ/kgK}$ olduğuna göre 1 kg oksijenin yaptığı işi, basıncını ve miktarını bulunuz.

$$T_1 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}, v_1 = 0,25 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}, v_2 = 0,32 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}, Q = 187\text{ kJ}, C_p = 0,92\text{ kJ/kgK}$$

Sabit basınçta durum değişmesi

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2} \rightarrow T_2 = T_1 \frac{v_2}{v_1}$$

$$T_2 = 293 \frac{0,32}{0,25} = 375\text{ K}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Oksijen için $k = 1,4$ (Tablo, çift atomlu)

Sabit hacimde özgül ısı

$$C_v = \frac{C_p}{k} = \frac{0,92}{1,41} = 0,652 \text{ kJ/kgK}$$

Gaz sabiti:

$$R = C_p - C_v = 0,92 - 0,652 = 0,268 \text{ kJ/kgK}$$

1 kg oksijen gazının yaptığı iş

$$w = R (T_2 - T_1)$$

$$w = 0,268 (375 - 293) = 22 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 22000 \text{ J/kg}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Oksijen basıncı

$$p = \frac{w}{(v_2 - v_1)} = \frac{22000 \frac{J}{kg}}{\frac{(0,32 - 0,25)m^3}{kg}} = 314286 \frac{J}{m^2} = 314286 N/m^2$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 N/m^2 \text{ ise; } p = 3,14 \text{ bar}$$

Oksijen miktarı

$$Q = m C_v (T_2 - T_1)$$

$$m = \frac{Q}{C_v (T_2 - T_1)} = \frac{187}{0,652 (375 - 293)} \rightarrow \mathbf{m = 3,5 \text{ kg}}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (Sabit Basıncıta Durum Değişmesi)

Sürtünmesiz bir silindir-piston sisteminde $15\text{ }^{\circ}\text{C}$ sıcaklık ve 4 bar basınç altında 3 kg hava bulunmaktadır. Havaya sabit basınçta 600 kJ'lük bir ısı verildiğine göre, havanın son sıcaklığını ve hacminde meydana gelen değişmeyi bulunuz. Havanın sabit basınçta özgül ısısı $C_p = 1,01\text{ kJ/kgK}$, sabit hacimde özgül ısısı $C_v = 0,723\text{ kJ/kgK}$ 'dir.

$$T_1 = 15\text{ }^{\circ}\text{C} = (15 + 273) = 288\text{ K} \quad , \quad p = 5\text{ bar} = 5 * 10^5\text{ N/m}^2 \quad , \\ m = 3\text{ kg}$$

$$Q = 600\text{ kJ} = 600.000\text{ J} = 600.000\text{ Nm}$$

$$C_p = 1,01 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} = 1010 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} = 1010\text{ Nm/kgK}$$

$$C_v = 0,723 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} = 723 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} = 723\text{ Nm/kgK}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Havanın sabit basınçta aldığı ısı miktarı

$$Q = m C_p (T_2 - T_1)$$

olup, 2 noktasındaki sıcaklık

$$T_2 = T_1 + \frac{Q}{m C_p}$$

$$T_2 = (15 + 273) K + \frac{600 kJ}{3 kg \cdot 1,01 kJ/kgK} = 288 K + 198 K$$

$$T_2 = 486 K$$

$$T_2 = 486 K = (486 - 273)^\circ C = 213^\circ C$$

şeklinde bulunur.



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Termodinamiğin 1. Kanunundan

$$Q = \Delta U + W$$

olup, iç enerjideki değişme ve yapılan iş

$$\Delta U = m C_v (T_2 - T_1)$$

$$W = p (V_2 - V_1)$$

eşitlikleri ile ifade edilir.



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

İç enerji değişimi ve iş bağıntıları TD1K bağıntısında yerine yazılırsa

$$Q = mC_v (T_2 - T_1) + p (V_2 - V_1)$$

elde edilir ve buradan hacimdeki değişme

$$V_2 - V_1 = \frac{Q - mC_v(T_2 - T_1)}{p}$$

denklemden hesaplanır. Buna göre hacimdeki değişim

$$V_2 - V_1 = \frac{600.000 \text{ Nm} - 3 \text{ kg } 723 \frac{\text{Nm}}{\text{kgK}} (486 - 288) \text{ K}}{4 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2} \text{ ise; } V_2 - V_1 = 0,426 \text{ m}^3$$

olarak elde edilir.



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (Sabit Sıcaklıkta Durum Değişmesi)

20 °C sıcaklıkta 6 bar manometrik basınçta 10 kg hava sabit sıcaklıkta 1 bar mutlak basınca kadar genişliyor. Genişleme sonunda havanın hacmini, yapılan işi ve verilen ısı miktarını bulunuz ($p_0 = 1$ bar, $R = 0,288$ kJ/kgK).

$$T_1 = 20\text{ °C} = 293\text{ K} \quad , \quad p_1 = 6\text{ bar} \quad , \quad p_2 = 1\text{ bar} \quad , \quad p_0 = 1\text{ bar} \quad , \\ R = 0,288\text{ J/kgK}$$

Havanın ilk durumdaki hacmi durum denkleminden hesaplanır.

$$p_1 V_1 = m R T_1 \rightarrow V_1 = \frac{m R T_1}{p_1} \text{ ise; } V_1 = \frac{10\text{ kg} \cdot 288 \frac{\text{Nm}}{\text{kgK}} \cdot 293\text{ K}}{(6+1)10^5\text{ N/m}^2} = 1,205\text{ m}^3$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Son durumdaki hacim için sabi sıcaklıkta durum değişmesinden hesaplanır.

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1} \rightarrow V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2} \text{ ise; } V_2 = 1,205 \text{ m}^3 \frac{7 \text{ bar}}{1 \text{ bar}} = 8,435 \text{ m}^3$$

Havanın yaptığı iş

$$W = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = 7 * 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} 1,205 \text{ m}^3 \ln \frac{7}{1} = 1635 \text{ kJ}$$

Verilen ısı miktarı

$$Q = W = 1635 \text{ kJ}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (TD1K)

Standart şartlarda bulunan ideal gaza sabit basınçta 105 kJ/kg'lık ısı verilerek 30 kJ/kg'lık iş elde edilmektedir. Gazın son durumdaki özgül hacmini ve entropisindeki değişmeyi bulunuz ($C_v = 655$ kJ/kgK).

$$q = 105 \text{ kJ/kg} , w = 30 \text{ kJ/kg} , C_v = 655 \text{ kJ/kgK}$$

Birim kütle için TD1K

$$q = \Delta u + w$$

$$\Delta u = q - w$$

$$\Delta u = 105 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} - 30 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} = 75 \text{ kJ/kg}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Sıcaklık için

$$\Delta u = C_v (T_2 - T_1) \rightarrow T_2 = T_1 + \frac{\Delta u}{C_v} = 273 + \frac{75.000 \frac{J}{kg}}{655 \frac{J}{kgK}} = 273 K + 114,5 K = 387,5 K$$

İdeal gaz sabiti için

$$w = R(T_2 - T_1) \rightarrow R = \frac{w}{T_2 - T_1} = \frac{30000 J/kg}{114,5 K} = 262 J/kgK$$

İlk durumda özgül hacim

Durum denkleminde

$$p_1 v_1 = RT \rightarrow v_1 = \frac{RT_1}{p_1} = \frac{262 \frac{J}{kgK} 273 K}{1,103 \cdot 10^5 N/m^2} = 0,706 m^3/kg$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Sabit basınçta durum değiştirme

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2} \rightarrow v_2 = v_1 \frac{T_2}{T_1} = 0,706 \frac{m^3}{kg} \frac{387,5 K}{273 K} = 1,002 m^3/kg$$

Antropi değişimi

$$s_2 - s_1 = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} = C_p \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$C_p = C_v + R$$

$$s_2 - s_1 = (655 + 262) \left(\frac{J}{kgK} \right) \ln \frac{387,5 K}{273 K} = 321 J/kgK$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (Sabit Basıncıta Durum Değişimi)

Sürtünmesiz bir silindir-piston sisteminde başlangıçta 400 kPa ve 220 °C sıcaklıkta 5 kg su buharı bulunmaktadır. Daha sonra buhara ısı geçişi olmakta ve sıcaklığı 250 °C'ye yükselmektedir. Pistonun serbest hareket edebildiğini ve kütlesinin sabit olduğunu kabul ederek buhar tarafından yapılan işi hesaplayınız.

$$p_1 = p_2 = 400 \text{ kPa} , T_1 = 220 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$m = 5 \text{ kg} , T_2 = 250 \text{ }^{\circ}\text{C}$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Hacim değiştirme işi

$$W_{12} = \int_1^2 p \, dV$$

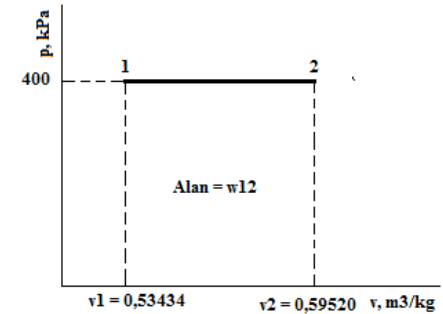
$p = \text{sabit}$ olduğundan;

$$W_{12} = p \int_1^2 dV = p (V_2 - V_1)$$

olarak bulunur

Ayrıca, $V = mv$ olduğundan iş aşağıdaki gibi elde edilir.

$$W_{12} = m p (v_2 - v_1)$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Özgül hacim değerleri kızgın buhar tablosundan ($T > 100\text{ }^{\circ}\text{C}$)

1 halinde (400 kPa, $220\text{ }^{\circ}\text{C}$) : $v_1 = 0,53434\text{ m}^3/\text{kg}$

2 halinde (400 kPa, $250\text{ }^{\circ}\text{C}$) : $v_2 = 0,59520\text{ m}^3/\text{kg}$

olarak okunur.

$$W_{12} = 5\text{ [kg]} \cdot 400\text{ [kPa]} \cdot (0,59520 - 0,53434)\text{ [m}^3/\text{kg]}$$

$W_{12} = 121,7\text{ kJ}$ (Sistem, enerjisinin 121,7 kJ kadarını iş yapmak için kullanmıştır).



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (Sabit Sıcaklıkta Sıkıştırma İşi)

Bir silindir-piston düzeneğinde başlangıçta 100 kPa basınç ve 80 °C sıcaklıkta 0,4 m³ hava bulunmaktadır. Daha sonra hava, sıcaklığı sabit kalmak üzere sıkıştırılmakta ve son halde hacmi 0,1 m³ olmaktadır. Hal değişimi sırasında yapılan işi hesaplayınız.

$$p_1 = 100 \text{ kPa} , T_1 = T_2 = T \rightarrow \Delta T = 0 , V_1 = 0,4 \text{ m}^3 , V_2 = 0,1 \text{ m}^3$$

Sabit sıcaklıkta yapılan iş

$$W_{12} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

olarak ifade edilmektedir. Burada, $p_1 V_1 = p_2 V_2 = mRT$ olup verisi olan işlemde kullanılabilir.



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Benzer şekilde, $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2}$ olarak ifade edilmektedir. Bu ifadeler, sabit sıcaklıkta durum değişmesinde $p_1 V_1 = p_2 V_2$ ilişkisinden yazılmaktadır.

$$W_{12} = 100 \text{ [kPa]} 0,4 \text{ [m}^3\text{]} \ln \frac{0,1 \text{ [m}^3\text{]}}{0,4 \text{ [m}^3\text{]}} \frac{1 \text{ kJ}}{1 \text{ kPa m}^3} \text{ ise; } W_{12} = -55,5 \text{ kJ}$$

Sistem üzerine iş yapılmıştır. Sıkıştırma halinde sistem üzerinde iş yapılır.



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

ÖRNEK (Sabit Hacimde ve Sabit Basıncıta Isıtma)

Bir silindir-piston sisteminde başlangıçta 150 kPa basınç ve 27 °C sıcaklıkta hava vardır. Bu durumda, piston sabitlenmiş olup, silindir iç hacmi 400 l'dir. Pistonu hareket ettirmek için basıncın 350 kPa olması gerekmektedir. Daha sonra hava ısıtılmakta ve hacmi iki katına çıkarılmaktadır. Buna göre,

Son haldeki sıcaklığı

Hava tarafından yapılan işi

Toplam ısı geçişini hesaplayınız.

$$p_1 = 150 \text{ kPa} , T_1 = 27 \text{ }^{\circ}\text{C} = 300 \text{ K} , V_1 = V_2 = 400 \text{ lt} = 0,4 \text{ m}^3$$

$$p_2 = p_3 = 350 \text{ kPa} , V_3 = 2 V_1 = 0,8 \text{ m}^3$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Havanın son haldeki sıcaklığı 1 ve 3 haline uygulanarak

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_3 V_3}{T_3} \rightarrow T_3 = T_1 \frac{p_3 V_3}{p_1 V_1}$$

eşitliği ile ifade edilir.

$$T_3 = 300 \text{ K} \frac{350 \text{ kPa } 0,8 \text{ m}^3}{150 \text{ kPa } 0,4 \text{ m}^3} \text{ ise, } T_3 = 1400 \text{ K}$$

Yapılan iş

$$W_{13} = p_2 (V_2 - V_1)$$

$$W_{13} = 350 \text{ kPa } (0,8 - 0,4) \text{ m}^3 \frac{\text{kJ}}{\text{kPa m}^3} \text{ ise; } W_{13} = 140 \text{ kJ}$$

1-3 arasındaki hal değişiminde enerji dengesi

$$E_{giren} - E_{çıkan} = \Delta E_{sistem}$$

$$Q_{giren} - W_{13,çıkan} = \Delta U = m (u_3 - u_1)$$



ÖRNEK PROBLEMLER / DURUM DEĞİŞMESİ

Hava kütlesi, ideal gaz denkleminde

$$m = \frac{p_1 V_1}{R T_1} = \frac{150 \text{ kPa } 0,4 \text{ m}^3}{0,287 \text{ kPa} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} 300 \text{ K}} \text{ ise; } m = 0,697 \text{ kg}$$

Özgül iç enerji değerleri havanın özellikleriyle ilgili tablodan alınır.

$$u_1 = u_{300 \text{ K}} = 214,07 \text{ kJ/kg}$$

$$u_2 = u_{1400 \text{ K}} = 1113,52 \text{ kJ/kg}$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{giren}} &= E_{\text{çıkan}} + m (m_2 - m_1) \\ &= 140 \text{ kJ} + 0,697 \text{ kg} (1113,52 - 214,07) \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$$Q_{\text{giren}} = 767 \text{ kJ}$$

Sisteme ısı geçişi olmuştur.



