4. PARANIN ZAMAN DEĞERİ VE FAİZ HESAPLARI

4.1. Paranın Zaman Değeri

- Faiz, paranın belli bir sürede getirdiği pay tutarı, paraya karşılık alınan kardır.
- Bina, makina-teçhizat gibi sermaye gerektiren üretim faktörlerinin yaygınlaşması, sermayeyi kullanmak için katlanılan maliyeti de arttırmıştır.
- Sermayenin belli bir süre kullanımı sonucu ödenen bedele faiz denilir.
- Faiz yüzde (%) olarak ifade edilir.
- Faiz oranı yükselirse kişilerin tasarruf yapmaları teşvik edilmiş olur. Sermayenin kaynağı tasarruflar olduğu için faizlerin yükselmesi, sermaye birikimini olumlu yönde etkiler.

- Ancak, tasarrufların verimli hale gelmesi yatırımlara dönüştürülmesiyle mümkündür.
- Para da diğer mallar gibi finans piyasasında alınıp satılır. Paranın fiyatı faizin bir ölçüsüdür. Faiz, anaparanın, faiz oranının ve sürenin bir fonksiyonudur.
- Ticari ortamda faizle ilgili çeşitli işlemler gerçekleşir.
- Bir miktar paranın finans kurumlarından borç alınması, bankaya veya özel finans kurumlarına yatırılması, bir makinanın, teçhizatın, gayrimenkulün kredi, kiralama vb. yöntemlerle alınması, satılması vb. gibi işlemler birbirine benzer faiz hesaplamalarını gerektirir.
- Faizle ilgili bazı parametreler aşağıda açıklanmıştır.

Anapara (P): Yatırılan veya kredi olarak çekilen para miktarı, yapılan yatırım tutarı, gelecekteki bir paranın % i iskonto oranı üzerinden iskonto edilmiş bugünkü değeri.

Faiz oranı (%i): Paranın maliyetini gösterir ve yüzde olarak ifade edilir. Bazı durumlarda % i oranı iskonto oranını, büyümeyi, küçülmeyi, sermaye maliyetini ve getiri oranını da göstermektedir. Hesaplarda % i reel faiz oranını ifade eder.

Nominal faiz oranı (%b): Görünürdeki faiz oranıdır. Nominal faiz oranı daima reel faiz oranından küçüktür.

Dönem (m): Faizin bir yılda birden fazla hesaplanması halinde hesaplanan süreleri (gün, hafta, ay) gösterir. Örneğin aylık dönem m = 12/1 = 12, 4 aylık dönem m = 12/ 4 = 3 şeklinde hesaplanır.

m dönemine ait faiz oranı (i_m): Bir döneme ait faiz oranıdır. Dönem i_{ay}, i_{3ay} şeklinde gösterilir.

Süre (n): Hesaplamaların işlem süresini gösterir ve genellikle yılı ifade eder.

Paranın gelecekteki değeri (F): P miktarındaki paranın % i faiz oranı üzerinden n yıl sonunda ulaşacağı tutarı gösterir.

Faiz tutarı (F_A): P kadar paranın % i faiz oranı üzerinden n yıl veya m dönem sonunda meydana getireceği faiz tutarını ifade eder.

Yeknesak artış değeri (A): n yıl içerisinde hep aynı miktarda artan veya azalan nakit akımlarını ifade eder.

Aritmetik artış değeri (G): ilk yıl A kadar bir tutarın her yıl G kadar aritmetik artmasını ifade eder.

Geometrik artış değeri (%k): Serinin her yıl % k kadar arttığını veya azaldığını ifade eder.

4.2. Nakit Akım Şemaları

Kredi, kiralama, tahvil, bono veya benzeri ticari ilişkilerde ödemelerin nasıl yapılacağını gösteren bir ödeme planı hazırlanır.

Ödeme planı alternatifleri aşağıdaki şekillerde olabilir:

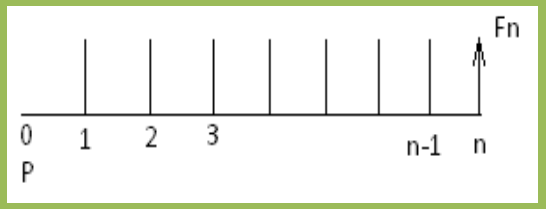
1) Anapara ve faiz sözleşme sonunda ödenebilir.
2) Anapara sözleşme sonunda ve faizler her yıl ödenebilir.
3) Anapara ve faizler eşit taksitler halinde her yılın sonunda ödenir.
4) Anapara her yıl eşit taksitler halinde faizleriyle birlikte ödenebilir.
5) Anapara sözleşme dönemi ortasında ve sözleşme sonunda olmak üzere iki taksitte ve faizler her altı ayda bir ödenebilir.

- Paranın zaman değerini içeren problemlerde, nakit akımlarının durumu nakit akım şemalarıyla gösterilir.
- Nakit akım şemalarında yatay eksen zamanı, üstündeki oklar ilgili zaman dilimi sonunda doğacak nakit akımlarını gösterir.
- Aynı şekilde ara ödemeler ve peşin ödemeler de şemaya eklenir.
- Nakit akım şemasında üst oklar gelirleri ve alt oklar ödemeleri gösterir.
- Bir okta birden çok nakit girişi ve çıkışı bulunabilir.

a) Basit nakit akımları serisi

P gibi bir miktarın % i faiz oranı üzerinden n yıl (m dönem) sonundaki F değerinin hesaplanmasını kapsar.

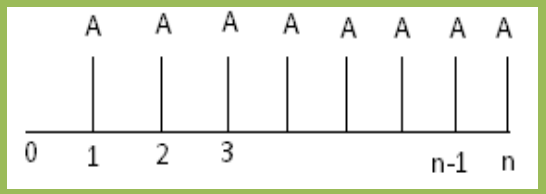
$$F = P\,(1 + i)^n$$



Şekil 5.1. Basit nakit akımları serisi

b) Yeknesak nakit akımları serisi

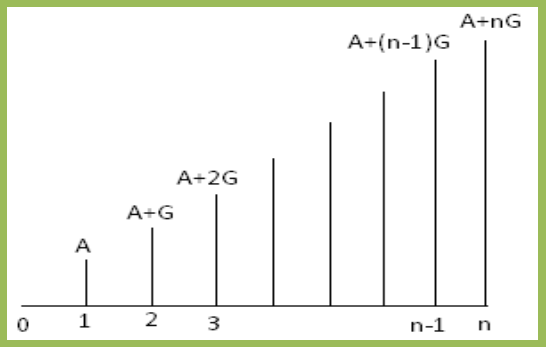
Bir seride nakit giriş veya çıkışları n yıl (m dönem) boyunca A gibi eşit miktarlar halinde gerçekleşir. Kiralama, tahvil ihracı, eşit taksitler halinde borçlanma ödemesi vb. bu serilere uyar.



Şekil 5.2. Yeknesak nakit akımları serisi

c) Aritmetik artışlı nakit akımları serisi

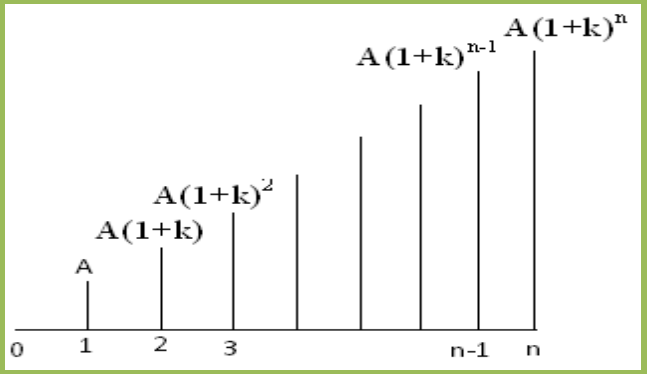
Bazı işlemlerde nakit giriş çıkışları her yıl (dönem) G gibi bir miktarla artarak veya azalarak lineer bir seri oluşturur.



Şekil 5.3. Aritmetik artışlı nakit akımları serisi

d) Geometrik artışlı nakit akımları serisi

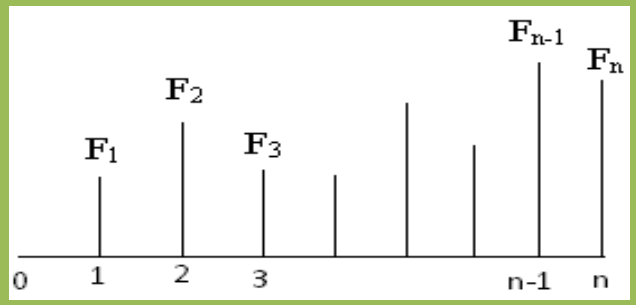
Eğer nakit akımları ilk yıl (dönem) belirli bir sabit sayı ve sonra % k gibi bir oranda artıyorsa ya da azalıyorsa bu bir geometrik artış veya azalış serisini ifade eder. Örneğin ilk yıl 100 TL olmak üzere sonraki yıllarda her yıl % k kadar artar veya azalır.



Şekil 5.4. Geometrik artışlı nakit akımları serisi

e) Düzensiz nakit akımları serileri

Bazı nakit akımları serileri oldukça düzensiz bir dağılım gösterir. Hangi zaman döneminde hangi miktar nakit akımının olacağı belli değildir.



Şekil 5.5. Düzensiz nakit akımları serisi

4.3. Faiz Hesaplama Metotları

Bir kişi ya da kuruma verilen ödünç paranın belli bir süre kullanımı sonunda alınan paraya faiz denir. Bu tür hesaplara da faiz hesapları denir.

Zamanın fonksiyonu olarak faiz; yıllık, aylık ve günlük olarak aşağıdaki gibi hesaplanır:

A: anapara (kapital), F: faiz tutarı, n: zaman, t: faiz oranı

Yıllık faiz: $$F = \frac{A\,n\,t}{100}$$

Aylık faiz: $$F = \frac{A\,n\,t}{1200}$$

Günlük faiz: $$F = \frac{A\,n\,t}{36000}$$

Faiz iki şekilde hesaplanır: Basit faiz ve bileşik faiz.

a) Basit Faiz

Basit faiz halinde faiz, faiz dönemi içerisinde sadece anaparanın üzerinden hesaplanır ve faize faiz hesaplanmaz.

Anapara ve faiz tutarı aşağıdaki eşitlikle hesaplanır.

$$F = P\,(1 + i\,n)$$

Sadece faiz tutarı aşağıdaki eşitlikle hesaplanır.

$$F_A = P\,(i\,n)$$

b) Bileşik Faiz

Bileşik faiz halinde faiz, her dönem, bir önceki dönemdeki anapara ve faizi toplamı üzerinden hesaplanır.

$$F = P\,(1 + i)^n$$

Burada F değeri, bugünkü P değerinin gelecekteki değeridir.

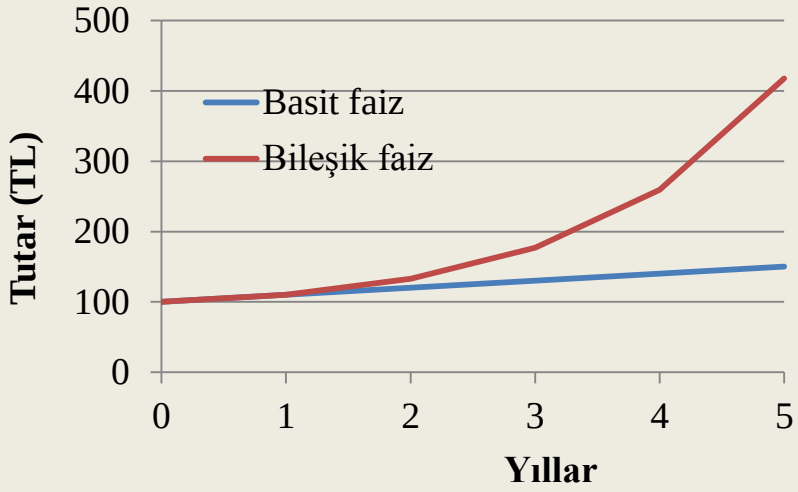
Gelecekteki değer F ise, bunun bugünkü P değeri

$$P = \frac{F}{(1 + i)^n}$$

Döneme ait faiz tutarı ise aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$F_A = F - P$$

Basit faiz ile bileşik faizin bir dönem sonundaki tutarları aynı olsa da, bundan sonraki dönemlerde bileşik faiz tutarının hızlı bir artış gösterdiği görülmektedir. Örneğin, 100 TL anaparanın %10 faiz oranı ile 5 yıl boyunca anapara + faiz tutarları Şekil 5.6'da gösterilmiştir.



Şekil 4.6. Basit ve bileşik faizin karşılaştırılması

P kadar anapara % i faiz oranı üzerinden n yıl sonra F gibi bir tutara ulaşıyorsa bu ilişki ekonomik eşitlik denen aşağıdaki fonksiyonla ifade edilebilir.

$$F = f(P, \%\ i, n)$$

c) Vadenin Hesaplanması

Bazı durumlarda P, F ve % i verilir, vadenin (n veya m) bulunması gerekebilir.

Bileşik faiz formülü

$$F = P\,(1+i)^n$$

Şeklinde ise, bu formülün logaritması alınarak üssel değerden arındırılır.

$$\log F = \log P + n \log(1+i)$$

Bu bağıntıda vade n değeri çekilerek verilen P, F ve %i için vadeyi veren

$$n = \frac{\log F - \log P}{\log(1+i)}$$

denklemi elde edilir.

d) Faiz Oranının Bulunması

Bazı işlemlerde P, F ve n değerleri veridir ve faiz oranının bulunması istenir.

Bileşik faiz formülünden faiz oranı hesaplanır.

$$F = P\,(1+i)^n$$

$$\frac{F}{P} = (1+i)^n$$

$$1+i = \sqrt[n]{\frac{F}{P}}$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{F}{P}} - 1$$

4.4. Faiz Türleri

Bileşik faiz kendi içerisinde nominal faiz ve reel faiz olarak iki ana gruba ayrılır.

Ayrıca zaman kısıtına göre de günlük, aylık, vb. faizlerden oluşur.

a) Nominal faiz

Görünür faizdir ve gerçekte ödenen faiz görünen faizden farklıdır.

Borçlu, görünen faizden daha yüksek bir faiz (reel faiz) öder.

b) Reel faiz

Reel faiz, bir yıl için ya da daha farklı bir dönem için gerçekten kazanılan ve ödenen faizi ifade eder.

Reel faizle nominal faiz arasındaki önemli fark, faizin bir dönem içerisinde birden daha fazla hesaplanmasında ortaya çıkar.

Dönem m, faiz b ise, her dönemde anaparaya uygulanacak faiz b/m olur.

Bu sebeple m'ye bağlı olarak yılsonu itibariyle ödenecek gerçek faiz de farklı olacaktır.

Reel faiz aşağıdaki eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$i = \left(1 + \frac{b}{m}\right)^{m} - 1$$

Burada i reel faizi, b nominal faizi ve m dönemi göstermektedir.

Örneğin yıllık %36 faizin dönemlere göre reel faizi hesaplanırsa;

a) Eğer faiz yılda bir defa hesaplanırsa, yani dönem m = 1 ise;

$$i = \left(1 + \frac{0.36}{1}\right)^{1} = 0.36$$

b) Eğer faiz 3 ayda bir hesaplanırsa;

$$i = \left(1 + \frac{0.36}{4}\right)^{4} = 0.41$$

c) Eğer faiz her ay hesaplanırsa;

$$i = \left(1 + \frac{0.36}{12}\right)^{12} = 0.43$$

Buna göre, faiz yılda bir kez hesaplanırsa nominal faiz reel faize eşit olur.

Eğer faiz yılda birden çok dönem için hesaplanırsa nominal faiz ile reel faiz arasında fak oluşacaktır.

Dönem sayısı arttıkça reel faiz artmaktadır.

Dönem içi faiz

Bir yılın içerisinde belirli bir dönemin sonunda ortaya çıkacak faizdir.bu hesaplamada yıllık gün sayısı 360 olarak alınır.

$$F = P\left(1 + i\frac{m}{n}\right)$$

Enflasyon ve faiz oranı

Enflasyon dönemlerinde enflasyondan arındırılmış faiz yani reel faiz ile enflasyonu içeren faiz yani nominal faiz ve aralarındaki ilişki önemlidir.

$$i = (1 + i_r)(1 + i_c) - 1$$

Burada, i enflasyonu da içeren faiz oranını, i_r reel faiz oranını, i_e enflasyon oranını göstermektedir. Buna göre reel faiz oranı

$$i_r = \frac{1 - i_e}{1 + i_e}$$

Döviz kredisi kullanımında eğer döviz kredisi faizi i_d yanında, dövizin ayrıca bir yıl içerisinde i_c kadar değer kazanacağı tahmin ediliyorsa döviz olarak kullanılan kredinin TL cinsinden faiz oranı aşağıdaki eşitlikle hesaplanır.

$$i = (1 + i_d)(1 + i_c) - 1$$

Faiz hesaplama dönemi ile ödeme dönemlerinin farklı olması halinde reel faiz oranı aşağıdaki eşitlikle hesaplanır.

$$i_y = \left(1 + \frac{b}{m}\right)^m - 1$$

4.5. Faktör Notasyonları ve Faiz Tabloları

Mühendislik ekonomisi çalışmalarında formüllerin arka arkaya yazılması bazen karışıklık meydana getirmektedir. Bu sebeple formülleri sistematik olarak ifade edecek notasyonların kullanılması problemin tasarımı konusunda kolaylıklar sağlar.

Örneğin,

$$F = P\,(1+i)^n$$

denkleminde, belirli bir para miktarının P, % i faiz oranı üzerinden n yıl sonra ulaşacağı F değerinin arandığı görülmektedir.

Bu denklem notasyonla aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$F = P(F/P, \%i, n)$$

Bu denklemin anlamı; % i faiz oranı üzerinden n yıl için verilen P tutarındaki bir paranın gelecekteki F değerinin bulunması demektir. F/P demek, P verildiği zaman F değerini hesapla anlamında kullanılmaktadır. Diğer bir ifade ile birinci terim aranan, ikinci terim istenendir. Örneğin, P = 100000 TL, i = % 30, n = 10 yıl ise;

$$F = P(F/P, \%i, n)$$

Bir başka notasyon ve anlamı; (F/A, k, %i, n): A miktarındaki ve % k artan bir paranın % i faiz oranında ve n yıl için F değerini hesapla.

$$F = 100000\,(1 + 0.30)^{10} = 100000\,(F/P, \%30, 10)$$

Notasyonlar:

i: Etkin faiz oranı

n: Vade sayısı

P: Paranın şimdiki zaman değeri (Bir veya daha fazla sayıda nakit akışının şimdiki zaman değeri)

F: Paranın gelecek zaman değeri (Bir veya daha fazla sayıda nakit akışının gelecek zaman değeri)

A: Vade sonu nakit akışı (Bir vadenin sonundan belirlenmiş bir vade sayısı boyunca her bir vade sonu oluşan eşit nakit akışı).

- $(\mathrm{F/P, \%i, n})$ = P miktarındaki paranın %i ve n yıl sonraki F değeri
- $(\mathrm{P/F, \%i, n})$ = F miktarındaki paranın %i ve n yıl önceki P değeri
- $(\mathrm{A/P, \%i, n})$ = P miktarındaki paranın %i ve n yıl için A değeri
- $(\mathrm{P/A, \%i, n})$ = A miktarındaki paranın %i ve n yıl için P değeri
- $(\mathrm{A/F, \%i, n})$ = F miktarındaki paranın %i ve n yıl için A değeri
- $(\mathrm{F/A, \%i, n})$ = A miktarındaki paranın %i ve n yıl için F değeri

SN	İstenen	Verilen	Formül	Gösterim	Açıklama
1	F	P	$F = P\,(1+i)^n$	$(F/P, \%i, n)$	GD
2	P	F	$P = F\,\frac{1}{(1+i)^n}$	$(P/F, \%i, n)$	
3	A	P	$A = P\,\frac{i\,(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$	$(A/P, \%i, n)$	
4	P	A	$P = A\,\frac{(1+i)^n - 1}{i\,(1+i)^n}$	$(P/A, \%i, n)$	
5	F	A	$F = A\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$(F/A, \%i, n)$	
6	A	F	$A = F\,\frac{i}{(1+i)^n - 1}$	$(A/F, \%i, n)$	