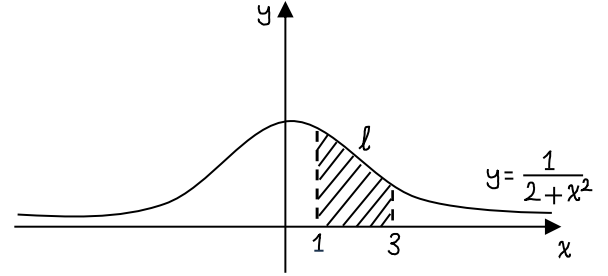


|                            |                                                        |                      |                         |
|----------------------------|--------------------------------------------------------|----------------------|-------------------------|
| Öğrenci No                 |                                                        | Bölüm                |                         |
| Adı- Soyadı                |                                                        | Yıl / Yarıyıl        |                         |
| İmza                       |                                                        | Tarih / Saat         | 20.04.2024 Saat : 10:00 |
| Dersin Kodu/ Adı           | MAT 1006 / Analiz II                                   | Süre                 | 75 Dakika               |
| Dersin Sorumlusu           | Prof. Dr. Bahadır Özgür GÜLER<br>Prof. Dr. Mehmet KUNT | Aldığı Not (Rakamla) |                         |
| Sınav Türü                 | Arasınava                                              | Aldığı Not (Yazıyla) |                         |
| SINAVA İLİŞKİN AÇIKLAMALAR |                                                        |                      |                         |
| • Başarılılar.             |                                                        |                      |                         |

### SORULAR

1) Şekilde  $y = \frac{1}{2+x^2}$  eğrisi,  $y = 0$ ,  $x = 1$  ve  $x = 3$  doğruları ile sınırlı bölge gösterilmektedir. Buna göre

- A alan,
- $V_x$  x-ekseni etrafında dönerse hacim,
- $V_y$  y-ekseni etrafında dönerse hacim,
- $\ell$  eğri uzunluğu ( $y = \frac{1}{2+x^2}$ ,  $1 \leq x \leq 3$  için),
- $S_x$  x-ekseni etrafında dönerse yüzey alanı ( $y = \frac{1}{2+x^2}$ ,  $1 \leq x \leq 3$  için), hesaplayan formülleri yazınız. (25P)



a)  $A = \int_1^3 \left( \frac{1}{2+x^2} - 0 \right) dx$  b)  $V_x = \pi \int_1^3 \left( \left( \frac{1}{2+x^2} \right)^2 - 0^2 \right) dx$  c)  $V_y = 2\pi \int_1^3 x \left( \frac{1}{2+x^2} - 0 \right) dx$

d)  $\ell = \int_1^3 \sqrt{1 + \left( \left( \frac{1}{2+x^2} \right)' \right)^2} dx$  e)  $S_x = 2\pi \int_1^3 \frac{1}{2+x^2} \sqrt{1 + \left( \left( \frac{1}{2+x^2} \right)' \right)^2} dx$

2)  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$  genelleştirilmiş integrali yakınsak mıdır, araştırınız. (15P)

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx = \int_0^1 \frac{1}{x^2} dx + \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$$

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2} dx = \lim_{s \rightarrow 0^+} \int_s^1 \frac{1}{x^2} dx = \lim_{s \rightarrow 0^+} \left( -\frac{1}{x} \right) \Big|_s^1 = \lim_{s \rightarrow 0^+} \left( -1 + \frac{1}{s} \right) = +\infty \text{ ıraksaktır.}$$

$$\Rightarrow \int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx \text{ ıraksaktır.}$$

3)  $\left\{ \frac{\cos(n)}{n^2+1} \right\}$  dizisi yakınsak mıdır, araştırınız. (10P)

$$\forall n \in \mathbb{N} \text{ için } -1 \leq \cos(n) \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{-1}{n^2+1} \leq \frac{\cos(n)}{n^2+1} \leq \frac{1}{n^2+1}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-1}{n^2+1} = 0 = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^2+1}$$

Sıvıştırma Teoreminden

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\cos(n)}{n^2+1} = 0 \text{ yakınsaktır.}$$

4)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(2 + \frac{3}{n}\right)^n$  ve  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{3n+1}$  serileri yakınsak mıdır, araştırınız. (20P)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(2 + \frac{3}{n}\right)^n = 2^{+\infty} = +\infty \neq 0 \text{ old.} \quad \text{G.T.T} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(2 + \frac{3}{n}\right)^n \text{ ı yakınsaklı} \quad (10)$$

$$\forall n \in \mathbb{N} \text{ için} \quad 0 < \frac{1}{3(n+1)+1} \leq \frac{1}{3n+1} \quad \text{ve} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{3n+1} = 0$$

olduğundan Leibnitz Testinden  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{3n+1}$  yakınsaktır. (10)

5)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n+1}{2^n} (x-1)^n$  kuvvet serisinin yakınsaklık aralığını (uç noktalar hariç) araştırınız. (15P)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left| \frac{(-1)^{n+1} \frac{n+2}{2^{n+1}} (x-1)^{n+1}}{(-1)^n \frac{n+1}{2^n} (x-1)^n} \right| = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left| (-1) \frac{n+2}{2(n+1)} (x-1) \right|$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+2}{2(n+1)} |x-1| = \frac{1}{2} |x-1| < 1 \Rightarrow \text{yakınsaktır.}$$

$$\Rightarrow |x-1| < 2 \Rightarrow -2 < x-1 < 2 \Rightarrow -1 < x < 3$$

$$\Rightarrow \mathcal{A} = (-1, 3) \quad (15)$$

6)  $f(x) = \sqrt{e^{3x+2}}$  fonksiyonunun  $x_0 = 1$  noktasındaki Taylor serisini araştırınız. (15P)

$$f(x) = e^{\frac{3}{2}x+1}$$

$$f^{(1)}(x) = \frac{3}{2} e^{\frac{3}{2}x+1}$$

$$f^{(2)}(x) = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} e^{\frac{3}{2}x+1}$$

$$f^{(3)}(x) = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot e^{\frac{3}{2}x+1}$$

$\vdots$

$$f^{(n)}(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^n e^{\frac{3}{2}x+1}$$

$$f^{(n)}(1) = \left(\frac{3}{2}\right)^n e^{\frac{5}{2}}$$

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{f^{(n)}(1)}{n!} (x-1)^n = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^n e^{\frac{5}{2}}}{n!} (x-1)^n$$

(15P)