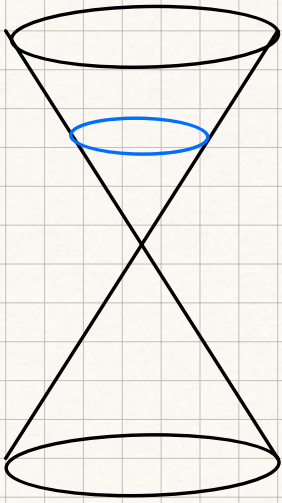
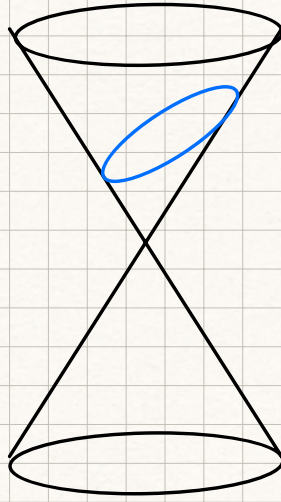


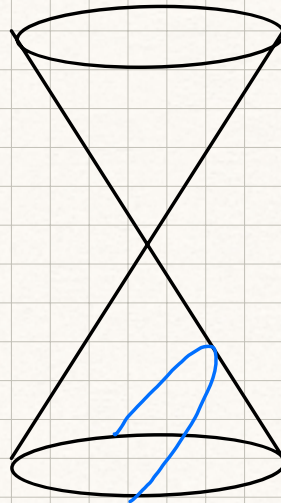
Konik Kesitler:



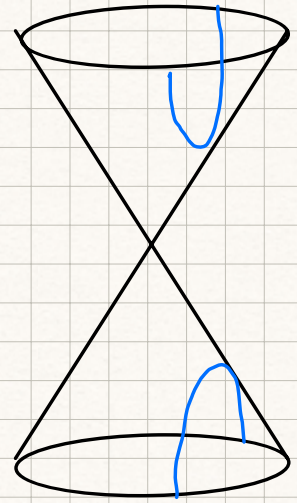
Çember



Elips



Parabol



Hiperbol

$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ kuadratik denklemini
bir konik kesitin en genel ifadesidir.
(a, b, c üçü aynı anda sıfır olmamalı!!!)

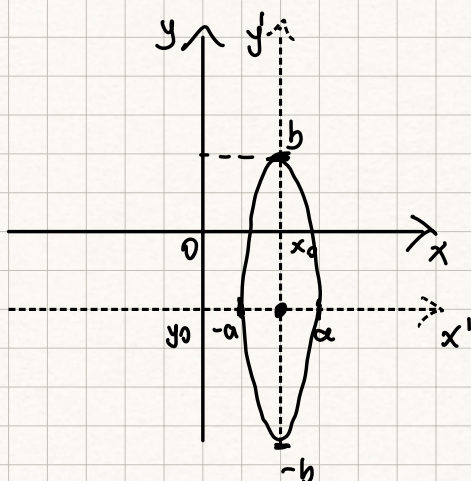
$b \neq 0$ ise konik kesiti çizmek için eksenlerin dönmeli.
Bu derste $b=0$ olacaktır.

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{a^2} = 1$$

Merkezi (x_0, y_0) 'da a yarıçaplı
çemberdir.

$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

Merkezi (x_0, y_0) 'a ötelenmiş
 x' eksenini $a, -a$ 'da y' eksenini
 $b, -b$ 'de kesen elipsdir.

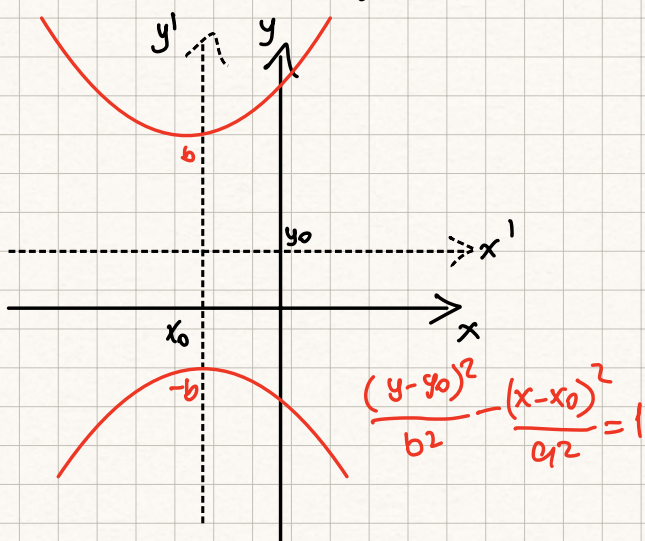
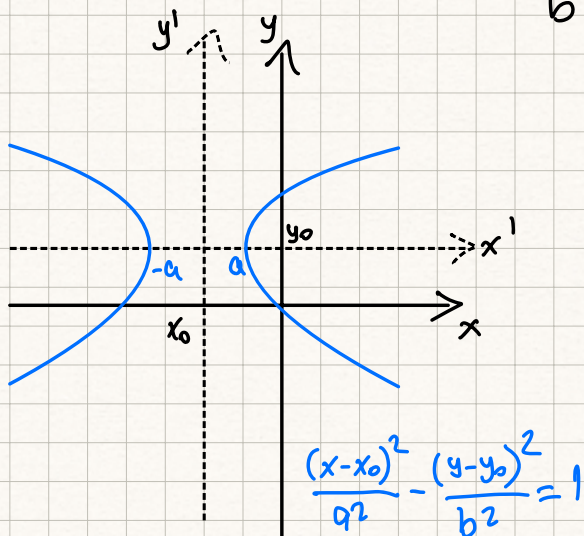


$$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$$

Merkezi (x_0, y_0) 'da olan x' ekseninin pozitif negatif tarafına bakan x' eksenini $a, -a$ 'da kesen hiperbol

$$\frac{(y-y_0)^2}{b^2} - \frac{(x-x_0)^2}{a^2} = 1$$

Merkezi (x_0, y_0) 'da olan y' ekseninin pozitif negatif tarafına bakan y' eksenini $b, -b$ 'de kesen hiperbol

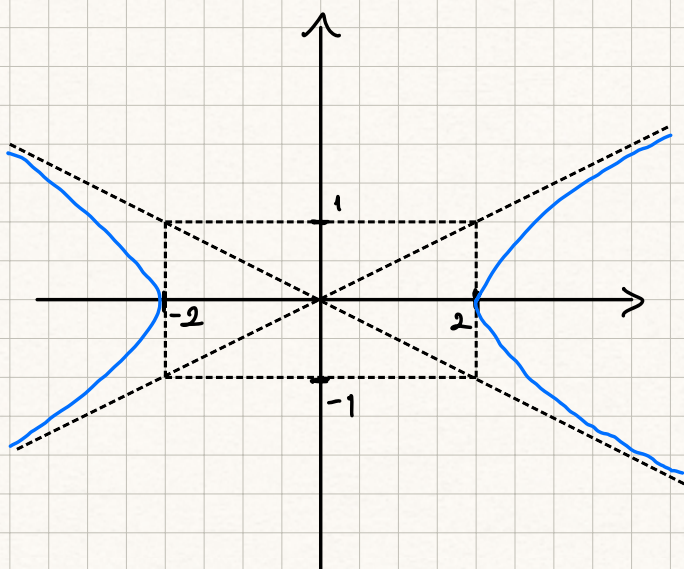


$y = ax^2 + bx + c$ parabollerin en genel ifadesidir.

$$x = ay^2 + by + c$$

Örnekler:

1) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1$ hiperbolünü çiziniz



2) $-3x^2 + 2y^2 - 4x + 3y - 5 = 0$ hiperbolünü çiziniz.

$$-3x^2 - 4x + 2y^2 + 3y - 5 = 0$$

$$-3\left(x^2 + \frac{4}{3}x\right) + 2\left(y^2 + \frac{3}{2}y\right) - 5 = 0$$

$$-3\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{4}{3} + 2\left(y + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{2} - 5 = 0$$

$$-3\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 + 2\left(y + \frac{3}{4}\right)^2 = 5 + \frac{9}{2} - \frac{4}{3} = 30 + 27 - 8 = \frac{49}{6}$$

(6) (3) (2)

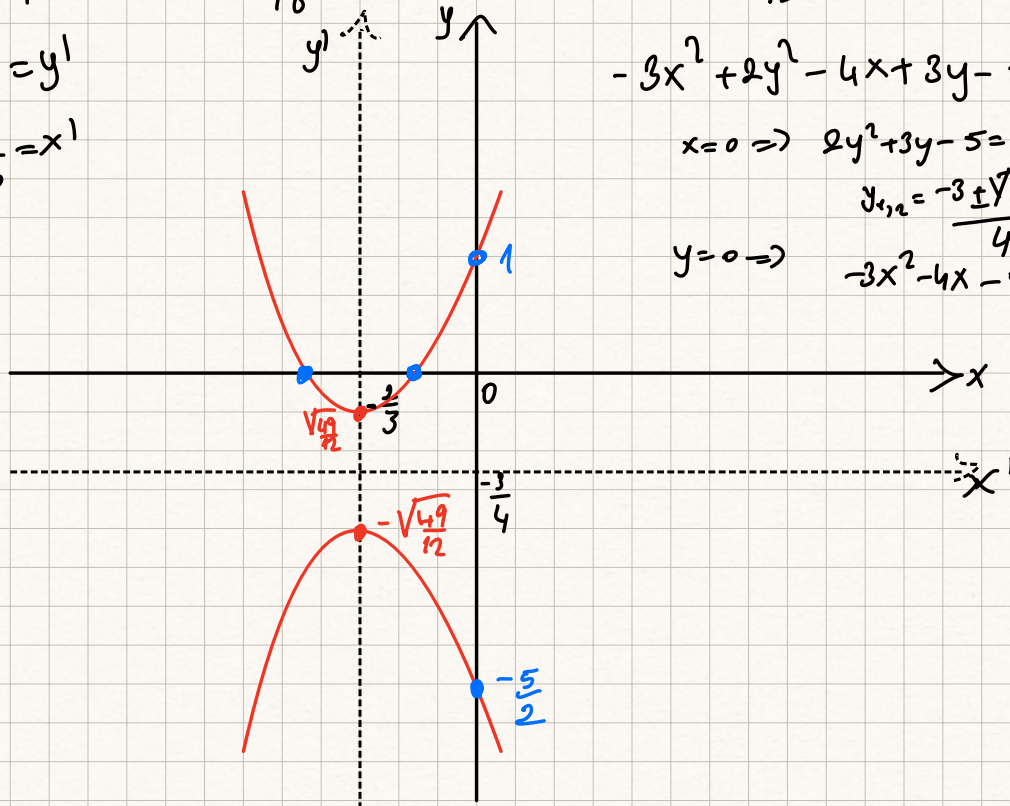
$$-3\left(x+\frac{2}{3}\right)^2 + 2\left(y+\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{49}{6}$$

$$-\frac{\left(x+\frac{2}{3}\right)^2}{\frac{49}{18}} + \frac{\left(y+\frac{3}{4}\right)^2}{\frac{49}{12}} = 1$$

$$\frac{\left(y+\frac{3}{4}\right)^2}{\frac{49}{12}} - \frac{\left(x+\frac{2}{3}\right)^2}{\frac{49}{18}} = 1$$

$$y+\frac{3}{4}=y'$$

$$x+\frac{2}{3}=x'$$



$$\frac{y'^2}{\frac{49}{12}} - \frac{x'^2}{\frac{49}{18}} = 1$$

$$-3x^2 + 2y^2 - 4x + 3y - 5 = 0$$

$$x=0 \Rightarrow 2y^2 + 3y - 5 = 0$$

$$y_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4}$$

$$y=0 \Rightarrow -3x^2 - 4x - 5 = 0$$

3) $2x^2 + 3y^2 - x - y - 1 = 0$ elipsini çiziniz.

$$2x^2 - x + 3y^2 - y - 1 = 0$$

$$2\left(x^2 - \frac{x}{2}\right) + 3\left(y^2 - \frac{y}{3}\right) - 1 = 0$$

$$2 \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{8} + 3 \left(y - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{1}{12} - 1 = 0$$

$$2 \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + 3 \left(y - \frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + 1 = \frac{3+2+24}{24} = \frac{29}{24}$$

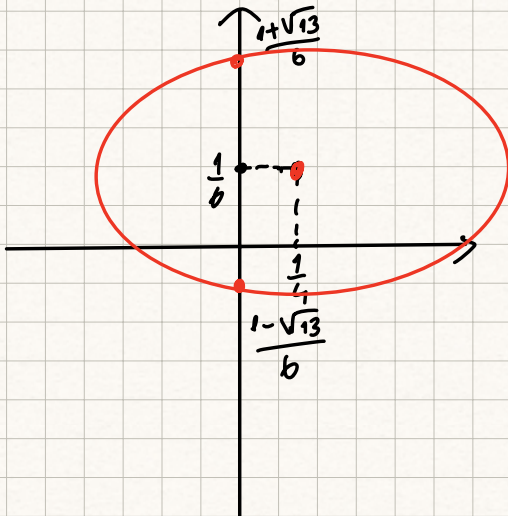
(3) (2) 24

$$\frac{\left(x - \frac{1}{4}\right)^2}{\frac{29}{48}} + \frac{\left(y - \frac{1}{6}\right)^2}{\frac{29}{72}} = 1$$

$$x=0 \Rightarrow 3y^2 - y - 1 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 13$$

$$y_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$$



Alıştırıcılar:

Aşağıdaki konik kesitleri çiziniz.

- 1) $3x^2 + 3y^2 - x + 2y + 2 = 0$
- 2) $x^2 + 3y^2 - x - y - 3 = 0$
- 3) $x^2 - 3y^2 + x + 2y - 4 = 0$
- 4) $2x^2 + 3x - 2y + 4 = 0$

Parametrik Denklemler:

$y=f(x)$ düzlemde bir eğriyi ifade etmenin yollarından biridir.

Fakat bir eğriyi ifade etmenin farklı yolları da vardır.

$u(t)$ ve $v(t)$ fonksiyonları bir I aralığında sürekli fonksiyonlar olsunlar.

$$\begin{cases} x=u(t) \\ y=v(t) \end{cases}, t \in I$$

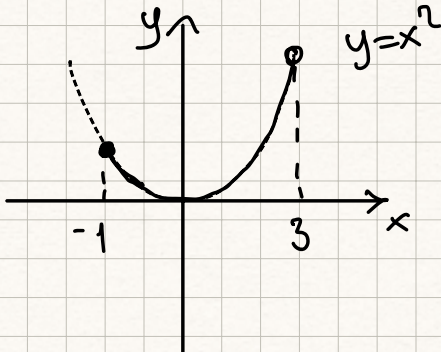
Şeklinde bir eğri ifade edilebilir.

Bunun eğrinin parametrik ifadesi denir.

t 'ye parametre denir.

Örnekler:

1) $y=x^2$, $x \in [-1, 3)$ çiziniz. Bir parametrisasyonu bulunuz.



$$\begin{cases} x=t \\ y=t^2 \end{cases}, t \in [-1, 3)$$

$$\begin{cases} x=2t+1 \\ y=(2t+1)^2 \end{cases}, t \in [-1, 1)$$

$$\begin{cases} x = e^t - 2 \\ y = (e^t - 2)^2 \end{cases}, \quad t \in [0, \ln 5)$$

2) $x^2 + y^2 = 9$ için

$$\begin{cases} x = 3 \cos t \\ y = 3 \sin t \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi), \text{ parametrisasyonudur}$$

4) $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 4$ için

$$\begin{cases} x = 2 \cos t + 3 \\ y = 2 \sin t - 2 \end{cases}, \quad t \in [0, 2\pi), \text{ parametrisasyonudur}$$