

Bu Hafta

Öz değer – Öz Vektör
Tekil Değer Ayrışımı
(SVD)

Öz değer – Öz vektör

$$Ax = \lambda x$$

Bir matrisinin vektörle çarpımından elde edilen dönüşümün, o vektörün farklı uzunluğa sahip bir versiyonuna eşit olmasını istiyoruz.

Dönüşüm sonucu yalnızca uzunluğu değişen vektör; öz vektör
Öz vektörün ne kadar değiştiğini gösteren değerlere; öz değer

$$Ax = \Lambda x$$

$$Ax - \Lambda x = 0$$

$$\underbrace{(A - \Lambda I)}_{\text{red bracket}} x = 0$$

$$\det(A - \Lambda I) = 0 \quad \text{A 2x2 lik bir matris olsun}$$

$$(A - \Lambda I) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} - \Lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & \Lambda \end{bmatrix}$$



$$\det \left(\begin{bmatrix} a_{11} - \Lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \Lambda \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11} - \Lambda & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} - \Lambda \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad \det \left(\begin{bmatrix} \mathbf{a}_{11} - \Lambda & \mathbf{a}_{12} \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} - \Lambda \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$\det \left(\begin{bmatrix} 6 - \Lambda & 2 \\ 2 & 3 - \Lambda \end{bmatrix} \right) = 0$$

$$(6 - \Lambda)(3 - \Lambda) - 4 = 0$$

$$18 - 6\Lambda - 3\Lambda + \Lambda^2 - 4 = 0$$

$$\Lambda^2 - 9\Lambda + 14 = 0$$

$$(\Lambda - 7)(\Lambda - 2) = 0$$

$$\Lambda_1 = 7$$

$$\Lambda_2 = 2$$

$$(\mathbf{A} - \Lambda \mathbf{I}) \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{11} - \Lambda & \mathbf{a}_{12} \\ \mathbf{a}_{21} & \mathbf{a}_{22} - \Lambda \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 6 - \Lambda & 2 \\ 2 & 3 - \Lambda \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 - \Lambda & 2 \\ 2 & 3 - \Lambda \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} 6 - 7 & 2 \\ 2 & 3 - 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

$$-\mathbf{x}_1 + 2\mathbf{x}_2 = 0$$

$$2\mathbf{x}_1 - 4\mathbf{x}_2 = 0$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 - 2 & 2 \\ 2 & 3 - 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

$$4\mathbf{x}_1 + 2\mathbf{x}_2 = 0$$

$$2\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2 = 0$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$Ax = \Lambda x$$

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_1 = 7$$

$$\Lambda_2 = 2$$

$$x_{\Lambda_1} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$x_{\Lambda_2} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Öz vektörler aynı oranda arttırılıp yada azaltıldığında ne değişiyor

$$x_{\Lambda_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.5 \end{bmatrix} \quad x_{\Lambda_2} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -1 \end{bmatrix} \quad ?$$