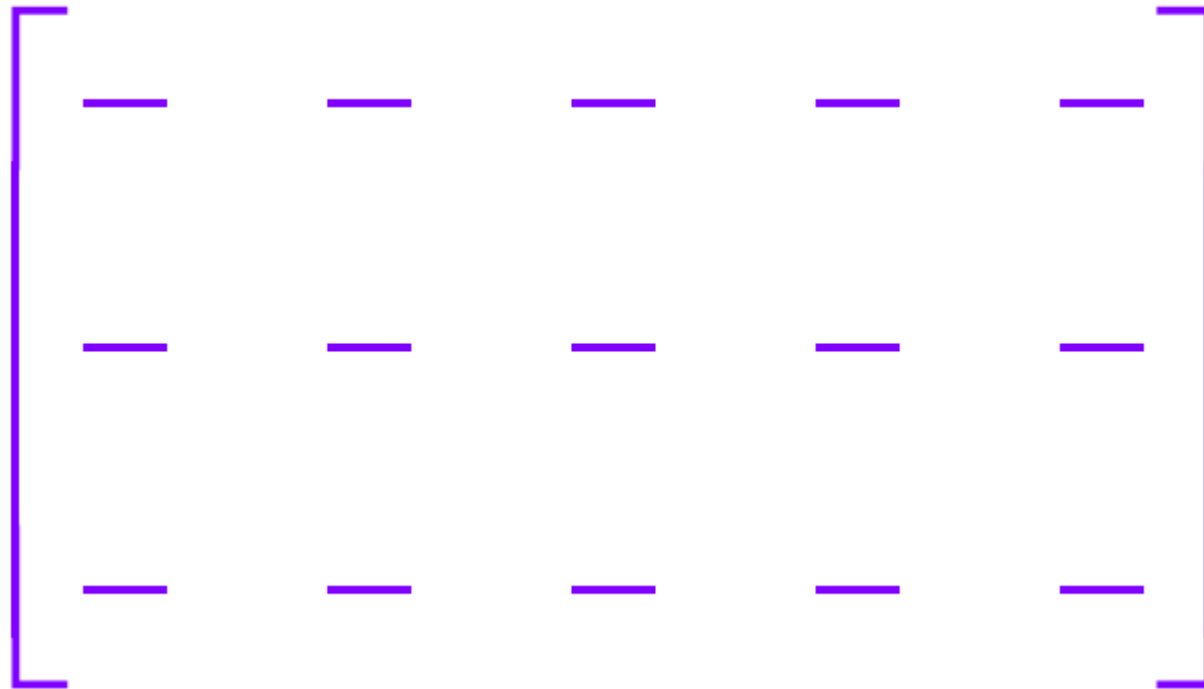


Geçen
Hafta
?

Eksik Tanımlı Sistem

bilinmeyen > veri



A 4x5 matrix represented by a large purple bracket on the left and right, containing four rows of five horizontal dashes each. This represents a system of 4 equations with 5 unknowns.

—	—	—	—	—
—	—	—	—	—
—	—	—	—	—
—	—	—	—	—

$$m_{est} = G^T (GG^T)^{-1} d_{obs}$$

Ortalama Mutlak Hata
(Mean Absolute Error)

$$MAE = \frac{1}{N} \sum |d_{obs} - d_{est}|$$

G

2	7	6
9	2	4

d

3
1

m

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

- MAE hata
- Veri ayrımlılık matrisi
- Model ayrımlılık matrisi



Bu Hafta

bilinmeyen $\leq$ veri ????

$$\begin{bmatrix} - & 0.005 & - \\ 0 & - & 0.00001 \\ - & - & 0 \\ 0 & 0 & - \\ - & 0 & 0.001 \end{bmatrix}$$

Karışık Tanımlı - Seyrek
Sistem

Karışık Tanımlı – Seyrek Sistem

Karakteristik Özellikleri

- Aşırı tanımlı görünümlü eksik tanımlı sistem
- Determinantı sıfıra yakın
- Sıfıra yakın yada sıfır olan öz değerler
- Koşul sayısı yüksek
- Sistemin seyrek olması; yani bazı parametreler hakkında bilgi içerirken, bazı parametreler hakkında yeterli bilgi içermemesi (sistemdeki sıfır yada sıfıra yakın değerler) nedeniyle bu sistem üzerinden yapılacak çözümlerde her parametre aynı güvenirlikle çözülemez

➤ Aşırı tanımlı görünümlü eksik tanımlı sistem

Aşırı Tanımlı Sistem

$$\varphi = e^T e$$

Eksik Tanımlı Sistem

$$\varphi = \|m_{est}\|_2 + \lambda \underbrace{(d_{obs} - Gm_{est})}_e$$

İki çözüm yaklaşımını birleştirerek ve yine Lagrange yaklaşımını kullanarak

$$\varphi = \|e\|_2 + \lambda \|m_{est}\|_2$$

Sönüm
sabiti

$$0 \leq \lambda \leq +\infty$$

Marquart-Levenberg Çözümü
Sönümlü EKK

Marquart-Levenberg Çözümü / Sönümlü EKK

$$\varphi = \|e\|_2 + \lambda \|m_{est}\|_2$$

Sönüm sabitinin alacağı değere göre çözümün nasıl değişeceğine bakalım

$\lambda \rightarrow 0 \Rightarrow \varphi \cong \|e\|_2$ Model normu göz önünde bulundurulmadan hataların en küçüklenmesi ve en hızlı şekilde çözüme ulaşılması
Ancak; sistemimizin bir handikabı var : sıfır özdeğerler-seyrek

$$\lambda \rightarrow +\infty \Rightarrow \varphi = \|e\|_2 + \lambda \|m_{est}\|_2 \Rightarrow \lambda \|m_{est}\|_2 \gg \|e\|_2$$

Amaç fonksiyonunda model normu öne çıkıyor yani hatanın en küçüklenmesi yavaşlıyor dolayısıyla çözüme yaklaşım daha yavaş ama emin adımlarla

Hızlı yaklaşım mı? Yavaş yaklaşım mı ?
Okuma Ödevi

$$\varphi = \|e\|_2 + \lambda \|m_{est}\|_2$$

$$\varphi = \|e\|_2 + \lambda \|m_{est}\|_2$$

$$= e^T e + \lambda m^T m$$

$$= (d_{obs} - Gm_{est})^T (d_{obs} - Gm_{est}) + \lambda m_{est}^T m_{est}$$

$$= (d_{obs}^T - m_{est}^T G^T) (d_{obs} - Gm_{est}) + \lambda m_{est}^T m_{est}$$

$$= d_{obs}^T d_{obs} - d_{obs}^T Gm_{est} - m_{est}^T G^T d_{obs} + m_{est}^T G^T Gm_{est} + \lambda m_{est}^T m_{est}$$

$$\varphi = d_{obs}^T d_{obs} - d_{obs}^T G m_{est} - m_{est}^T G^T d_{obs} + m_{est}^T G^T G m_{est} + \lambda m_{est}^T m_{est}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial m_{est}} &= -d_{obs}^T G - G^T d_{obs} + m_{est}^T G^T G + G^T G m_{est} + \lambda m_{est}^T + \lambda m_{est} = 0 \\ &= -2G^T d_{obs} + 2G^T G m_{est} + 2\lambda m_{est} = 0 \end{aligned}$$

$$2(G^T G + \lambda I) m_{est} = 2G^T d_{obs}$$

$$(G^T G + \lambda I) m_{est} = G^T d_{obs}$$

$$m_{est} = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T d_{obs}$$

G

2	7	0
0	2	4
3	0.001	5
4	0	7

d

3
1
7
4

m

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$m_{est} = \left(G^T G + \lambda I \right)^{-1} G^T d_{obs}$$

- RMS hata
- Veri ayrımlılık matrisi
- Model ayrımlılık matrisi

