

DENGELEME HESABI-I

DERS NOTLARI

Hipotez Testleri

(Model Hipotezinin Testi, Uyuşumsuz Ölçüler Testi)

Prof. Dr. Mualla YALÇINKAYA

Doç. Dr. Emine TANIR KAYIKÇI

Karadeniz Teknik Üniversitesi, Harita Mühendisliği Bölümü

Hipotez Testleri

Bir durum hakkında ileri sürülen hipotezi test etmek için yapılır.

Hipotez Test Etme Süreci

1. H_0 ve H_s hipotezlerinin kurulması

2. Verilere uygun **Test Büyüklüğünün** türetilmesi

3. Test büyüklüğü ile tablo değeri **karşılaştırılması ve karar** verilmesi

- Yanılma olasılığının (α) seçilmesi
- Yanılma olasılığı göre **tablo değerinin** alınması.

Bir fayın iki kenarında belirlenmiş iki nokta arasındaki uzunluğunun;
 t_1 zamanında ölçülmüş değeri L_1 ; t_2 zamanında ölçülmüş değeri L_2 ise

1- Hipotez Kurmak

Sıfır Hipotezi:

$$H_0: E\{L_1\} = E\{L_2\}$$

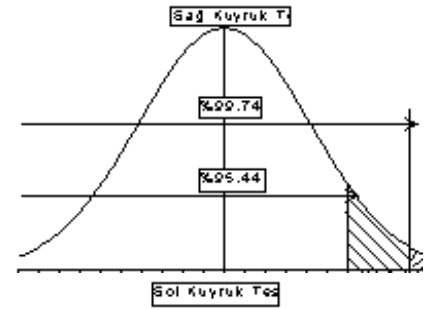
geçen sürede uzunluk
değişmemiş. Deformasyon yok.

Seçenek Hipotezi:

Tek Yönlü Seçenek Hipotezi:

$$H_{s1}: E\{L_1\} > E\{L_2\}$$

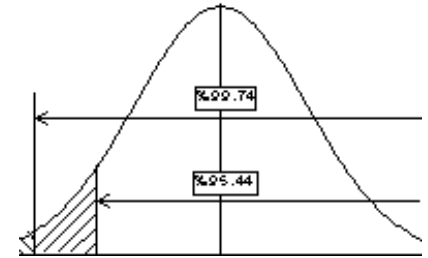
geçen sürede uzunluk azalmış.
Sağ kuyruk testi



Tek Yönlü Seçenek Hipotezi:

$$H_{s1}: E\{L_1\} < E\{L_2\}$$

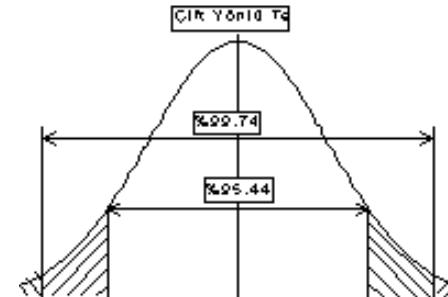
geçen sürede uzunluk artmış.
Sol kuyruk testi



Çift Yönlü Seçenek Hipotezi:

$$H_{s2}: E\{L_1\} \neq E\{L_2\}$$

geçen sürede
Deformasyon var.



2- Test Büyüklüğü Türetmek

$$d = L_2 - L_1$$

$$m_d = \sqrt{2}m$$

Ortalama hata

$$Z = \frac{|d|}{m_d}$$

Test Büyüklüğü

$$d = L_2 - L_1$$

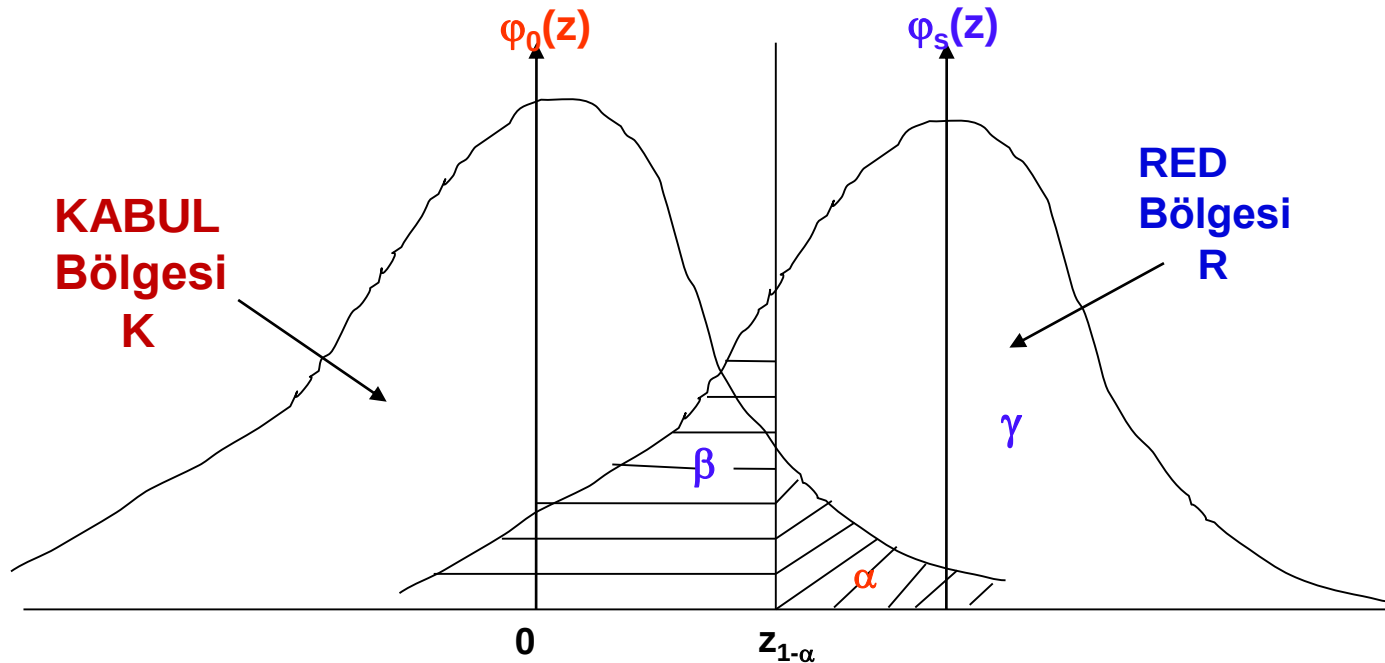
$$dd = dL_2 - dL_1$$

$$m_d^2 = m_2^2 + m_1^2$$

$$m_d = \sqrt{m_2^2 + m_1^2} = \sqrt{2}m$$

3- Karşılaştırma ve Karar

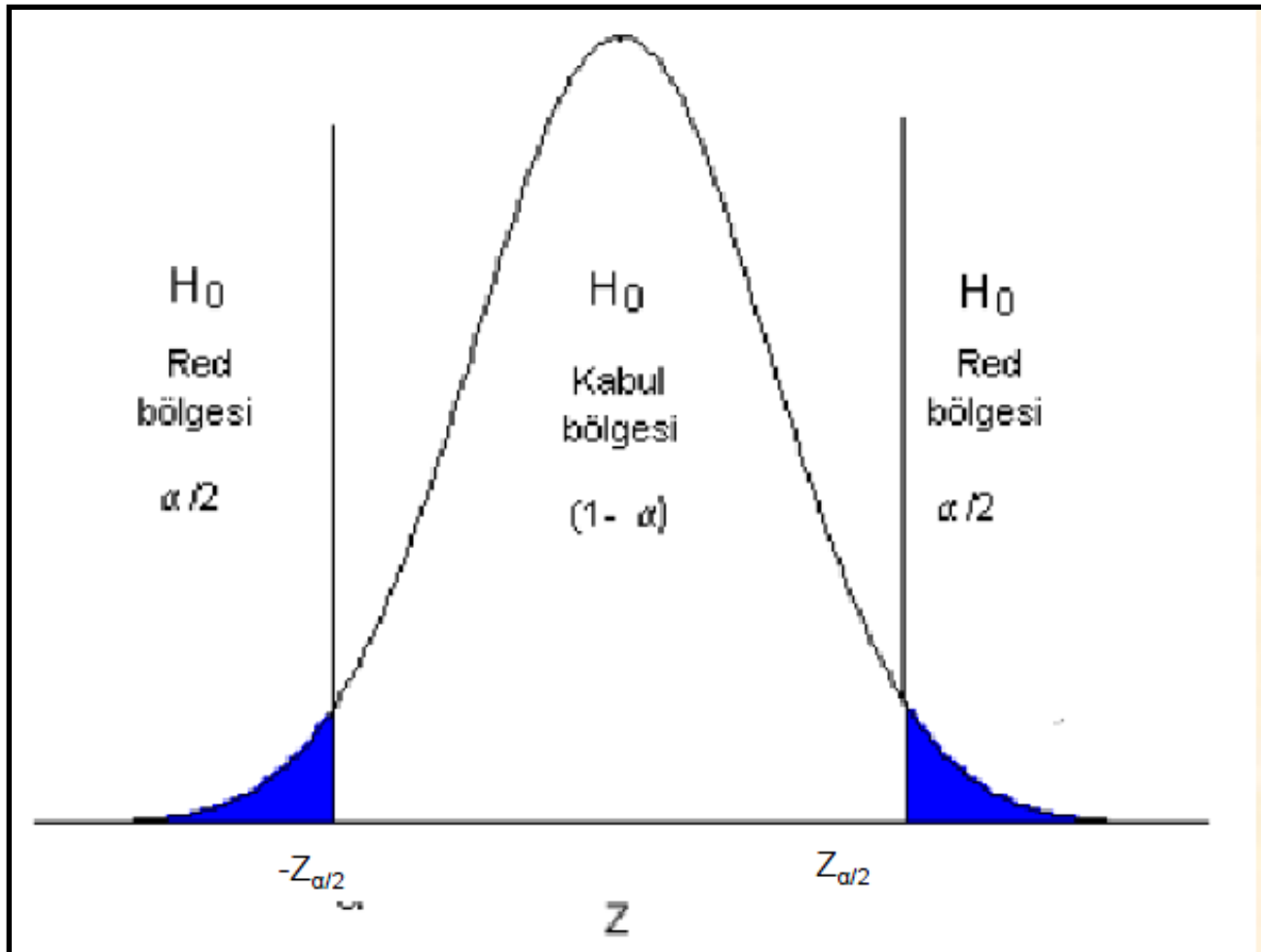
Yanılma olasılığının (α) seçimi: $\alpha = 0.05$, $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.10$



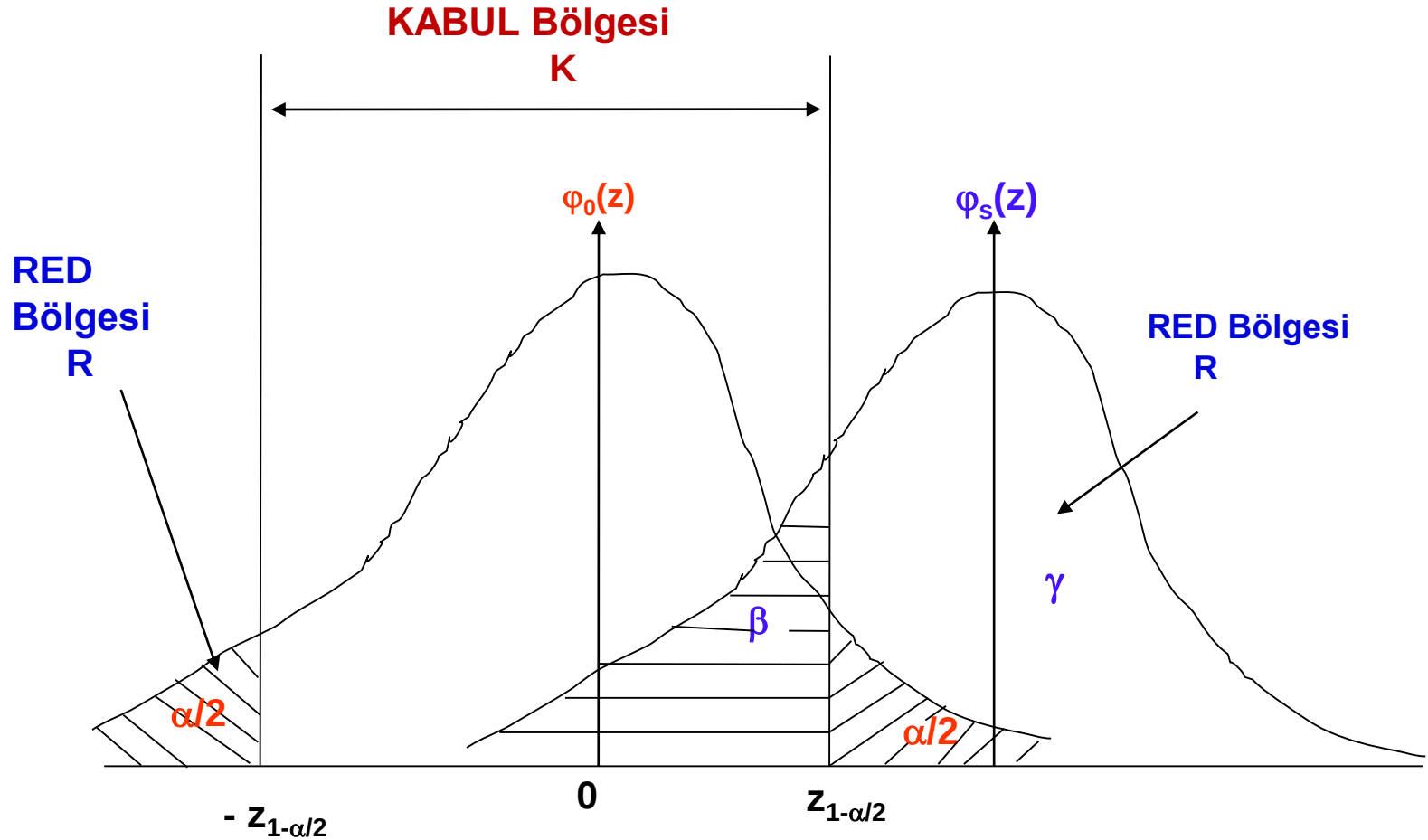
TEK YÖNLÜ TEST (Sağ Kuyruklu)

3- Karşılaştırma ve Karar

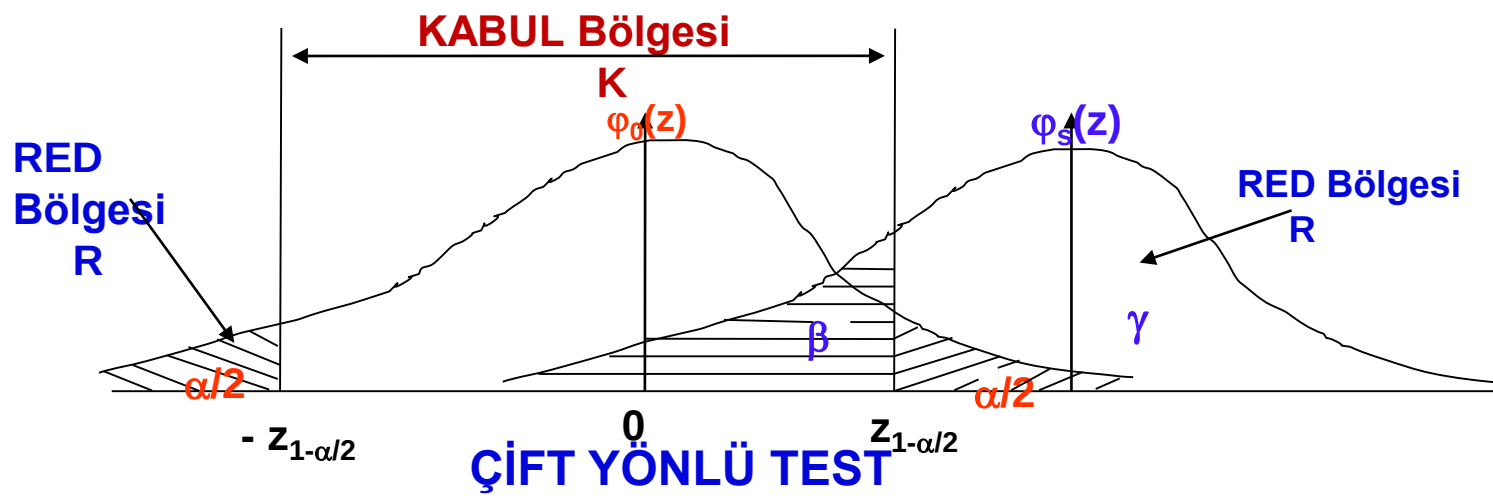
Yanılma olasılığının (α) seçimi: $\alpha = 0.05$, $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.10$



3- Karşılaştırma ve Karar



ÇİFT YÖNLÜ TEST



3- Karşılaştırma ve Karar

a) H_0 geçerli iken Z 'nin kabul bölgesine düşme olasılığı **$S=1-\alpha$ (İstatistik Güven)**

$$P\{Z \in K \mid H_0\} = S = 1 - \alpha$$

b) H_s geçerli iken Z 'nin red bölgesine düşme olasılığı **γ (Testin Gücü)**

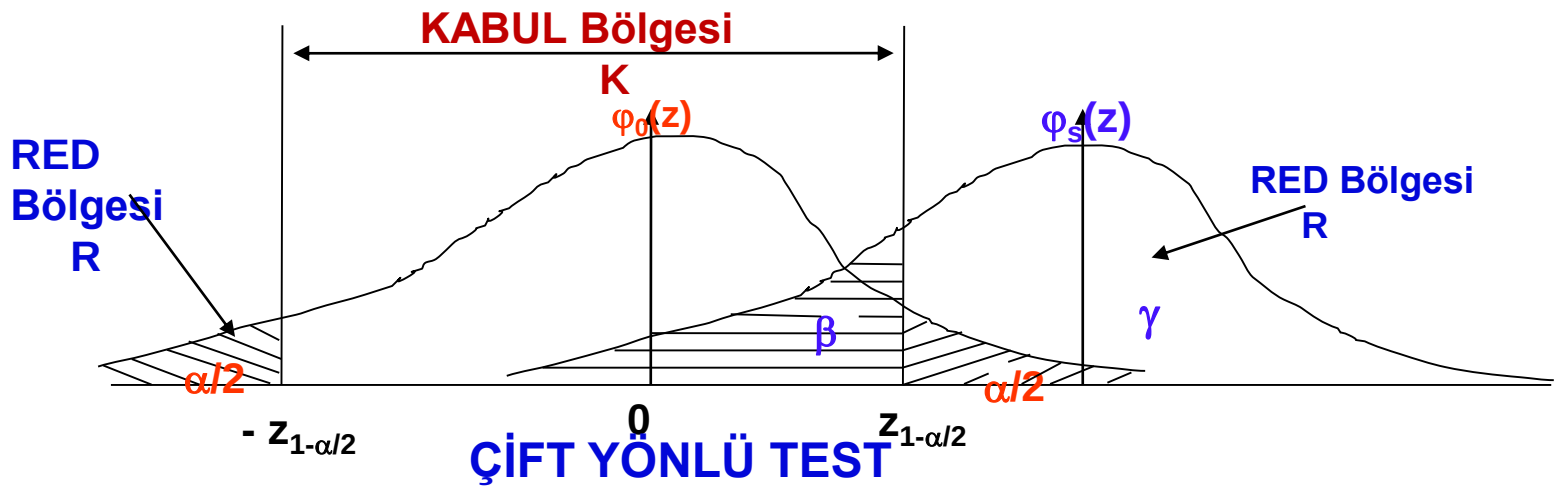
$$P\{Z \in R \mid H_s\} = \gamma$$

c) H_0 geçerli iken Z 'nin red bölgesine düşme olasılığı **α (Yanılma Olasılığı)**

$$P\{Z \in R \mid H_0\} = \alpha$$

d) H_s geçerli iken Z 'nin kabul bölgesine düşme olasılığı **β** dır.

$$P\{Z \in K \mid H_s\} = \beta$$



3- Karşılaştırma ve Karar

Verilen kararlar;
a ve b şıklarında **doğru**,
c ve d şıklarında **yanlıştır**.

I. TİP HATA: Geçerli bir H_0 hipotezinin geçersiz sayılması (α)

II. TİP HATA: Geçersiz bir H_0 hipotezinin geçerli sayılması (β)

II. TİP HATA TEHLİKELİDİR!!!!

α küçük alınırsa: γ küçülür, β büyür
 $\gamma = 1 - \beta$ ile β ve γ belirlenir.

3- Karşılaştırma ve Karar

ÖNEMLİ!!!

Test büyüklüğü hesabında;

Bir değer kendi ortalama hatasına bölünerek test büyüklüğü hesaplanmış ise o test büyüklüğü **t-tablosuna** uyar.

Tablo değerinin alınması

$$t_{f, 1 - \frac{\alpha}{2}} = q$$

3- Karşılaştırma ve Karar

$Z < q$ ise $S=1-\alpha$ istatistik güvenle ,
 H_0 hipotezi geçerli, H_s hipotezi geçersiz. Deformasyon yok.

$Z \geq q$ ise $S=1-\alpha$ istatistik güvenle ,
 H_0 hipotezi geçerli sayılamaz. Deformasyon var.

t Dağılımı Tablosu

TEK YÖNLÜ (BİR YANLI) TEST İÇİN α												
	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
İKİ YÖNLÜ (İKİ YANLI) TEST İÇİN α												
	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.04	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
sd												
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.710	15.890	31.820	63.660	127.300	318.300	636.600
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.090	22.330	31.600
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.210	12.920
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	3.611	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.663	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.150	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.467	2.763	3.047	3.408	3.614
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.631	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.295	1.676	2.009	2.109	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.088	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.081	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
1000	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.056	2.330	2.581	2.813	3.098	3.300
∞	0.674	0.841	1.036	1.282	1.640	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	3.091	3.291

MODEL HİPOTEZİNİN TESTİ

Fonksiyonel Model

$$V = e \, dx - l$$

Stokastik Model

$$K_{ll} = s_0^2 Q_{ll}$$

$$Q_{ll} = \frac{1}{s_0^2} K_{ll}$$

$$P_{ll} = Q_{ll}^{-1}$$

$$dx = \frac{e^T P_{ll} l}{e^T P_{ll} e}$$

Dengeleme bilinmeyenini

$$V = e dx - l$$

Düzeltilmeler

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{V^T P_{ll} V}{n - 1}}$$

Birim ölçünün ortalama hatası

$$q_x = \frac{1}{e^T P_{ll} e}$$

Bilinmeyeninin ters ağırlığı

$$Q_{vv} = Q_{ll} - \frac{ee^T}{e^T P_{ll} e}$$

Düzeltilmelerin ters ağırlık matrisi

Matematik modelin;

- ölçülerle bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel ilişkilere **uygun** olup olmadığı,
- ölçülerin duyarlılıklarını ve aralarındaki korelasyonları yeterince **yansıtıp** yansıtmadığı model hipotezinin testi yoluyla yapılır.

s_0 : aynı koşullarda yapılan benzer türden ölçülerin değerlendirilmesi sonucunda belirlenen birim ölçünün ortalama hatasının **öncül** (a priori) değeri

m_0 : dengeleme hesabı sonucunda bulunan birim ölçünün ortalama hatasının **soncul** (a posteriori) değeri

1- Hipotez Kurmak

Sıfır Hipotezi $H_0: E\{s_0^2\} = E\{m_0^2\}$

Seçenek Hipotezi $H_s: E\{s_0^2\} \neq E\{m_0^2\}$

2- Test Büyüklüğü Türetmek

$$T = \frac{s_0^2}{m_0^2} \quad s_0^2 > m_0^2 \quad ise$$

$$T = \frac{m_0^2}{s_0^2} \quad m_0^2 > s_0^2 \quad ise$$

Test Büyüklüğü

ÖNEMLİ!!!

Test büyüklüğü hesabında;

İki karesel değer bölünerek test büyüklüğü hesaplanmış ise o test büyüklüğü F-tablosuna uyar.

$$T < F_{f_1, f_2, 1-\frac{\alpha}{2}}$$

ise $S = 1 - \alpha$ istatistik güvenle Dengeleme Modeli **GEÇERLİ**

$$T \geq F_{f_1, f_2, 1-\frac{\alpha}{2}}$$

ise $S = 1 - \alpha$ istatistik güvenle Dengeleme Modeli **GEÇERSİZ**

f_1 payın serbestlik derecesi

f_2 paydanın serbestlik derecesi

- Ölçülerin birinde yada birkaçında kaba hata vardır.
- Ölçüler yanlış indirgenmiştir.
- Aletlerde hata vardır.
- Dengelemenin fonksiyonel ve stokastik modeli yanlış kurulmuş

F DAĞILIMI TABLOSU ($\alpha=0.05$)

Sd	1	2	3	4	5	6	8	12	24	60	∞
1	161	200	216	225	230	234	239	244	249	252	254
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.37	19.41	19.45	19.45	19.50
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.84	8.74	8.64	8.57	8.53
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.04	5.91	5.77	5.69	5.63
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.82	4.68	4.53	4.43	4.36
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.15	4.00	3.84	3.74	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.73	3.57	3.41	3.30	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.44	3.28	3.12	3.00	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.23	3.07	2.90	2.79	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.07	2.91	2.74	2.62	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	2.95	2.79	2.61	2.49	2.40
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.85	2.69	2.51	2.38	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.77	2.60	2.42	2.30	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.70	2.53	2.35	2.22	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.64	2.48	2.29	2.16	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.59	2.42	2.24	2.11	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.55	2.38	2.19	2.06	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.51	2.34	2.15	2.02	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.48	2.31	2.11	1.98	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.45	2.28	2.08	1.95	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.42	2.25	2.05	1.92	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.40	2.23	2.03	1.89	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.37	2.20	2.01	1.86	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.36	2.18	1.98	1.84	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.34	2.16	1.96	1.82	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.32	2.15	1.95	1.80	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.31	2.13	1.93	1.79	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.29	2.12	1.91	1.77	1.65
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.28	2.10	1.90	1.75	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.27	2.09	1.89	1.74	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.18	2.00	1.79	1.64	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.10	1.92	1.70	1.53	1.39
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.02	1.83	1.61	1.43	1.25
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	1.94	1.75	1.52	1.32	1.00

UYUŞUMSUZ ÖLÇÜLER TESTİ

Ölçme sırasında yapılan kaba hataların büyük bölümü arazide ya da **düzeltilme denklemlerinin** kurulması sırasında **sabit terimlerde** kendini gösterir.

Fakat **rasgele ölçü hataları sınırına çok yakın** büyüklükte olan uyuşumsuz ölçüler kolaylıkla fark edilemezler.

Uyuşumsuz ölçüler sonuçları etkilerler, bu ölçülerin ayıklanması gerekir.

Uyuşumsuz Ölçü Testleri

- Data-Snooping
- Tau-Testi (Pope Testi)
- t-Testi (Student Testi)

t-Testi (Student Testi)

Test büyüklüğünün Tau-Testinden hesaplanmasında teorik olarak küçük bir **ihmal** vardır. Eğer I_i ölçüsünde Δ_i kadar bir kaba hata varsa **geçerli olmayan** dengeleme modelinden hesaplanan m_0 değerinin kullanılması doğru değildir. Doğrusu yapılmak istenirse **m_0 değeri model hatalarından arındırılmış düzeltmelerden** hesaplanmalıdır.

Test Büyüklüğü

Korelasyonsuz ölçüler için

$$t_i = \frac{|v_i|}{s_{0i} \sqrt{q_{vivi}}}$$

$$s_{0i} = \pm \sqrt{\frac{1}{f-1} ([p_{vv}] - \frac{v_i^2}{q_{vivi}})}$$

Korelasyonlu ölçüler için

$$t_i = \frac{|e_i^T P_{ll} V|}{s_{0i} \sqrt{e_i^T P_{ll} Q_{ll} P_{ll} e_i}}$$

$$s_{0i} = \pm \sqrt{\frac{1}{f-1} ([P_{VV}] - \frac{(e_i^T P_{ll} V)^2}{e_i^T P_{ll} Q_{vv} P_{ll} e_i})}$$

$$t_i = t_{max} \geq t_{f-1, 1-\frac{\bar{\alpha}}{2}}$$

ise $S = 1 - \alpha$ istatistik güvenle
i. ölçü **uyuşumsuzdur**.

$$\frac{\bar{\alpha}}{2} = 1 - \sqrt{1 - \frac{\alpha}{2}}$$

Bu ölçü ölçü kümesinden **çıkarılır** yada **yeniden ölçülür**. Uyuşumsuz ölçü kalmayıncaya kadar aynı **işleme devam** edilir.

Ağın şeklini belirlemeye yetecek yeterli ölçünün kalmadığı durumlarda bir **şekil bozukluğu** (şekil defekt) oluşur. Böyle durumlarda ağın yapısını bozan ölçüler **yenelenmelidir**.

e_i : i. elemanı 1, diğer elemanları 0 olan vektördür.

t Dağılımı Tablosu

TEK YÖNLÜ (BİR YANLI) TEST İÇİN α												
	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0.025	0.02	0.01	0.005	0.0025	0.001	0.0005
İKİ YÖNLÜ (İKİ YANLI) TEST İÇİN α												
	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.04	0.02	0.01	0.005	0.002	0.001
sd												
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.710	15.890	31.820	63.660	127.300	318.300	636.600
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.090	22.330	31.600
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.210	12.920
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	3.611	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.663	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.150	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.467	2.763	3.047	3.408	3.614
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.631	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.295	1.676	2.009	2.109	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.088	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.081	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
1000	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.056	2.330	2.581	2.813	3.098	3.300
∞	0.674	0.841	1.036	1.282	1.640	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	3.091	3.291