

VEKTÖREL ÇARPIM ve GEOMETRİK UYG.

Analitik Geometri ve Çözümlü Problemler

6.Baskı

M.Özdemir, Altın Nokta Yayınevi, 2021

Vektörel Çarpım

Tanım

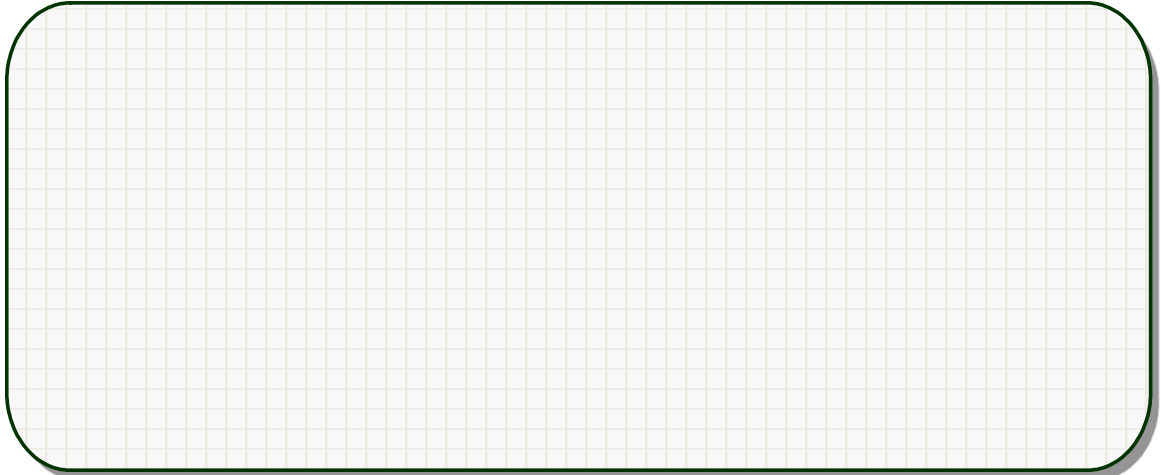
Skaler çarpımın sonucu bir skaler değerdir. İki vektörün vektörel çarpımı ise bir vektördür. Uzayda $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ ve $\vec{y} = (y_1, y_2, y_3)$ gibi iki vektörün vektörel çarpımı;

$$\vec{x} \times \vec{y} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \end{vmatrix}$$
$$\vec{x} \times \vec{y} = (x_2y_3 - x_3y_2, -x_1y_3 + x_3y_1, x_1y_2 - x_2y_1)$$

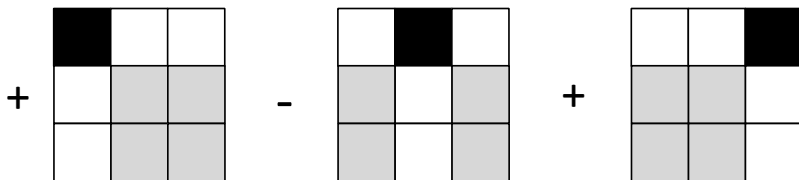
şeklinde tanımlanır. Bu tanıma göre, iki vektörün vektörel çarpımının sonucunda yeni bir **vektör** elde edilir.

Örnek

$\vec{x} = (1, 2, 3)$ ve $\vec{y} = (0, 2, 1)$ olduğuna göre, $\vec{x} \times \vec{y}$ vektörünü bulunuz.

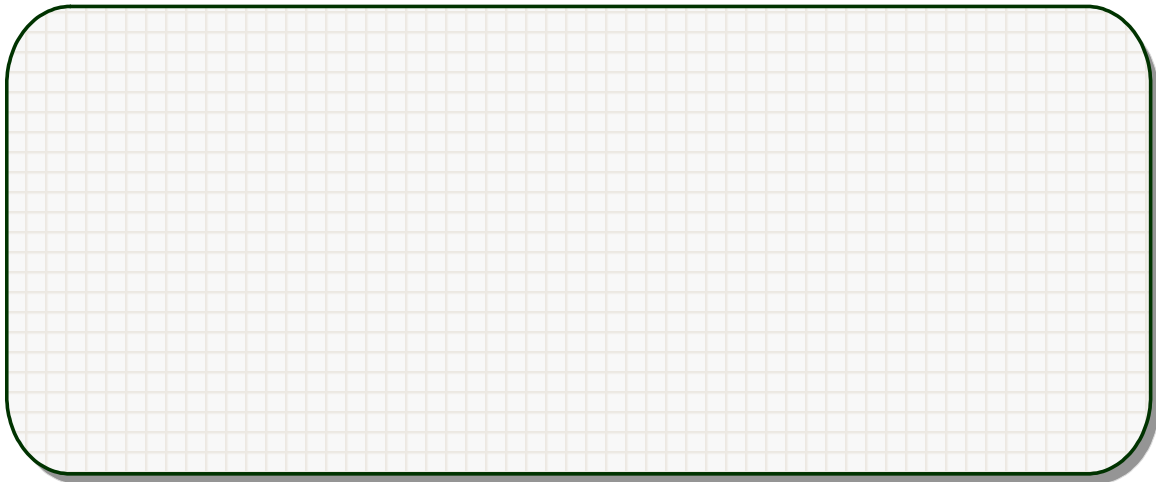


Not : $\vec{x} \times \vec{y} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \left(\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}, - \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right)$ şeklinde hesaplanabilir.



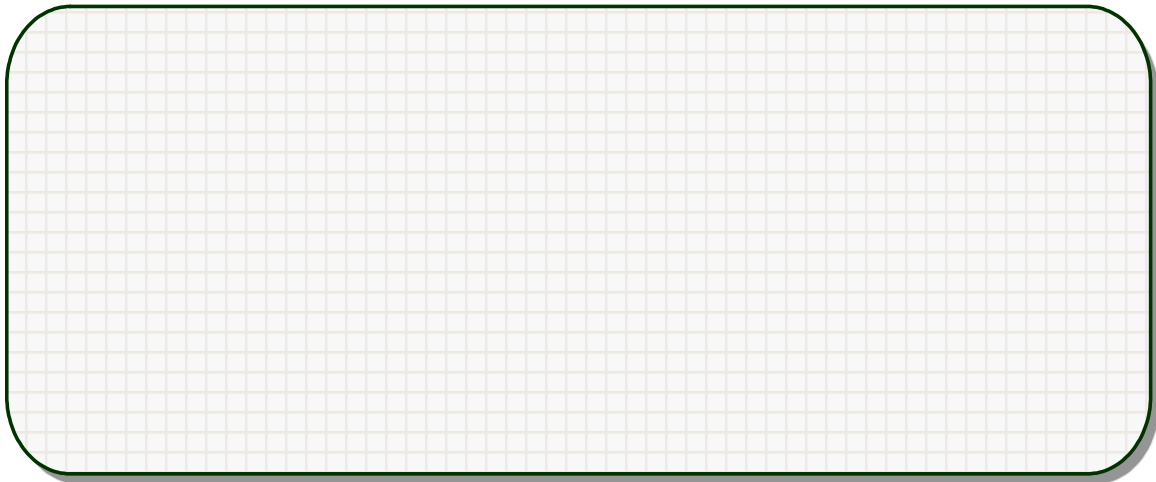
Problem

$\vec{x} = (1, 1, 2)$ ve $\vec{y} = (1, 2, 1)$ olduğuna göre, $\vec{x} \times \vec{y}$ vektörünü bulunuz.



Problem

$\vec{x} = (-1, 2, 3)$ ve $\vec{y} = (3, -2, 1)$ olduğuna göre, $\vec{x} \times \vec{y}$ vektörünü bulunuz.



Örnek

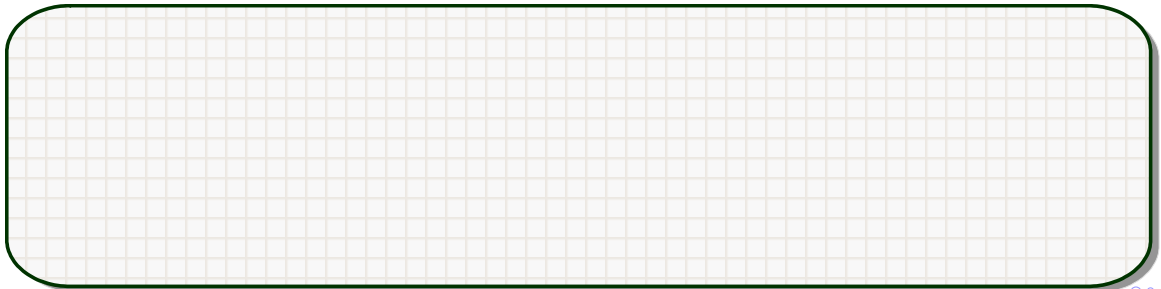
$\vec{x} = (1, -2, 3)$ ve $\vec{y} = (-2, 4, -6)$ ise $\vec{x} \times \vec{y} = ?$

Çözüm

$\vec{y} = -2\vec{x}$ olduğundan, $\vec{x} \parallel \vec{y}$ olur ki, $\vec{x} \times \vec{y} = \vec{0}$ olur.

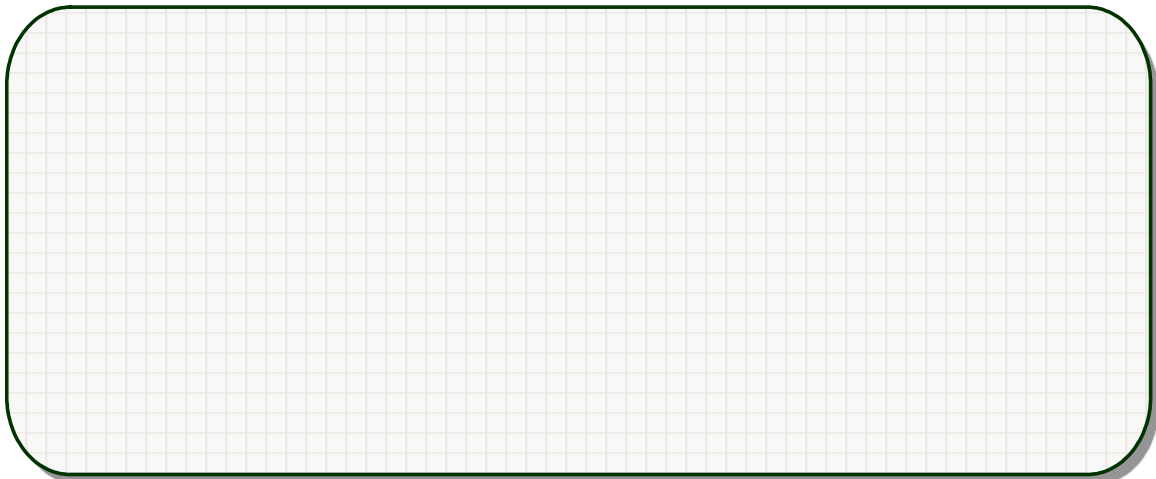
Problem

Vektörel çarpımı $\vec{0}$ olan iki vektör yazınız.



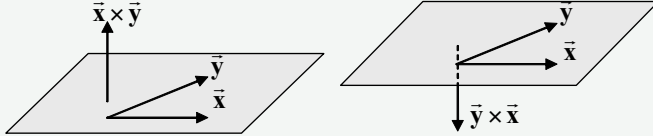
Örnek

$\mathbb{R}^3$ uzayının $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ standart vektörleri için, $\vec{i} \times \vec{j} = \vec{k}$, $\vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$, $\vec{j} \times \vec{i} = -\vec{k}$ olduğunu gösteriniz.



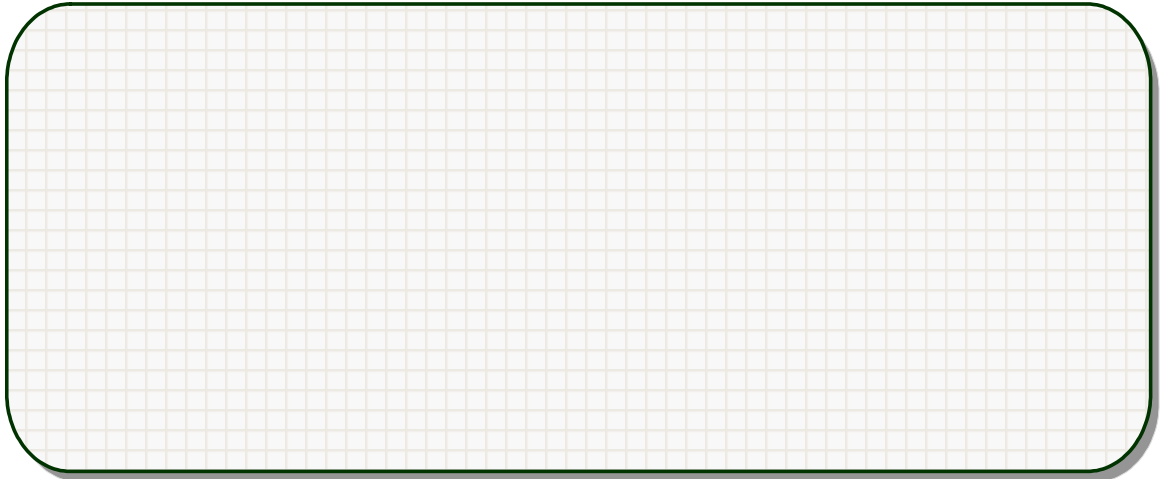
Teorem

Uzayda verilen iki vektörün vektörel çarpımı, çarpılan **her iki vektöre de dik** olan yeni bir vektör verir.



Örnek

$\mathbb{R}^3$ uzayında $\vec{x} = (2, 3, 11)$ ve $\vec{y} = (-2, 7, 5)$ vektörlerinin her ikisine de dik olan bir vektör bulunuz.



KAYNAK



Mustafa Özdemir, Analitik Geometri ve Çözümlü Problemler, Altın Nokta Yayınları, 6. Baskı, İzmir, 2021.

