

MAT 3024 HAREKET GEOMETRİSİNE GİRİŞ		DEĞERLENDİRME	
1. Kısa Sınavı, 22.03.2024, saat: 11.00		1	
		2	
Öğrenci No:			
Adı Soyadı:			
İmza:			

SORULAR

- $D = \{a + \varepsilon a^*: a, a^* \in \mathbb{R}, \varepsilon^2 = 0\}$ kümesi ve $D_1 = \{h + \varepsilon h^*: h \neq 0, h, h^* \in \mathbb{R}, \varepsilon^2 = 0\}$ alt grubu veriliyor. i) D_1 in D üzerindeki hareketini, ii) D de bulunan iki noktanın D_1 -denkliğini tanımlayınız, iii) Bu denkliğin bir *Denklik Bağıntısı* olduğunu gösteriniz.
- Köşeleri $\mathbb{R}^2$ de $A_1 = (1, 0)$, $A_2 = (0, 0)$, $A_3 = (0, 1)$ noktalarında bulunan Δ_A üçgeni ile köşeleri $B_1 = (-1, 0)$, $B_2 = (0, 0)$, $B_3 = (0, -1)$ noktalarında bulunan Δ_B üçgeni D_1 -denk midir? (Yani $B_i = HA_i$, $i = 1, 2, 3$ olacak şekilde bir $H \in D_1$ var mıdır?). Denk değilse Δ_A üçgenine D_1 -denk olan üçgeni belirleyip şeklini çizin.

Süre 30 dakikadır

CEVAPLAR

1) i) $\varphi: D_1 \times D \rightarrow D$, $\varphi(H, A) = HA$, $H = h + \varepsilon h^*$, $h \neq 0$, $A = a + \varepsilon a^*$

a) $\forall H, K \in D_1$ ve $\forall A \in D$ için
 $(HK)A \stackrel{?}{=} H(KA)$

$$(HK)A = [hk + \varepsilon(hk^* + h^*k)](a + \varepsilon a^*) = hka + \varepsilon(hka^* + hk^*a + h^*ka)$$

$$H(KA) = (h + \varepsilon h^*)[ka + \varepsilon(ka^* + k^*a)] = hka + \varepsilon(hka^* + hk^*a + h^*ka)$$

b) $1 \in D_1$ ve $A = a + \varepsilon a^* \in D$ için $1 \cdot A = a + \varepsilon a^* = A$
 $\varphi: D_1$ in D üzerindeki bir etkisidir.
 $\Rightarrow D_1: D$

ii) $D_1: D$, $A, B \in D$ elemanları için $B = HA$ olacak şekilde bir $H \in D_1$ varsa A, B ye D_1 -denk denir.

iii) a) Yansıma $\forall A \in D$ için $A \stackrel{D_1}{\sim} A$ dir. Çünkü $1 \in D_1$ birim eleman için $A = 1 \cdot A$ dir.

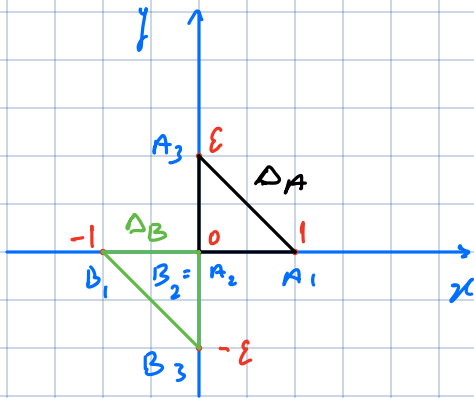
b) Simetri. $A \stackrel{D_1}{\sim} B$ olsun. Bir $H \in D_1$ için $B = HA$ olduğundan $H^{-1} \in D_1$ için $A = H^{-1}B$ olur ki bunun anlamı $B \stackrel{D_1}{\sim} A$ dir.

c) Geçişme. $A \stackrel{D_1}{\sim} B$ ve $B \stackrel{D_1}{\sim} C$ olsun. $\Rightarrow H_1, H_2 \in D_1$ için

$B = H_1 A$ ve $C = H_2 B$ dir. $\Rightarrow C = H_2(H_1 A) = (H_2 H_1) A$, $H_2 H_1 \in D_1$ olduğundan $A \stackrel{D_1}{\sim} C$ elde edilir.

$\Rightarrow D_1$ -denklik bir denklik bağıntısıdır.

2)



$$H = h + \varepsilon h^*, \quad A_1 = 1, \quad A_2 = 0, \quad A_3 = \varepsilon$$

$$B_1 = -1, \quad B_2 = 0, \quad B_3 = -\varepsilon$$

$$B_1 = -1 \stackrel{?}{=} (h + \varepsilon h^*) \cdot 1 = \underline{h + \varepsilon h^*}$$

$$h = -1, \quad h^* = 0 \quad \Rightarrow \quad H = -1 + \varepsilon \cdot 0 = -1$$

$$B_2 = 0 \stackrel{?}{=} H \cdot 0 = 0 = A_2 \quad \checkmark$$

$$B_3 = -\varepsilon \stackrel{?}{=} H \cdot A_3 = (-1) \cdot \varepsilon = -\varepsilon \quad \checkmark$$

Bir $H = -1 \in D_1$ için $B_1 = HA_1, B_2 = HA_2, B_3 = HA_3$ olduğundan $\Delta_A \stackrel{D_1}{\sim} \Delta_B$ olur.