

5. CEBRİ BORULAR

5.1. Hidroelektrik Santrallerde Su Yolları

Bir hidroelektrik santral tesisinde türbinlerin tahriki ve elektrik enerjisi üretimi için kullanılan suyun kaynaktan alınarak türbinlere kadar sevk edildiği Su Alma Yapısı, Su İletim Kanalı, Çökeltme Havuzları, Su İletim Tüneli (Basıncsız Tünel), Denge Bacası, Yükleme Havuzu, Enerji Tüneli (Basıncılı Tünel), Cebri Boru, vs. gibi suyun geçtiği yollara "Su Yolları" ve bu su yolları üzerinde bulunan hidromekanik teçhizata ise "Su Yolları Teçhizatı" adı verilir.

Hidroelektrik tesislerin yapılış şekline göre yukarıda kaydedilen su yolları tesislerinin biri veya bir kaç bir hidroelektrik tesiste yer alabilir. Su yollarından geçen su basıncsız ise, bu su yollarına Basıncsız Su Yolları adı verilir. Örneğin, Su İletim Kanalları ve Su İletim Tünelleri, "Basıncsız Su Yolları"dır. Su yollarından geçen su basıncılı ise, bu gibi su yollarına da Basıncılı Su Yolları adı verilir. Örneğin, Enerji Tünelleri ve Cebri Borular "Basıncılı Su Yolları"dır.

5.2. Cebri Boruların Özellikleri

Hidroelektrik güç tesisinde su kaynağı ile türbin arasındaki basıncılı borulara cebri borular adı verilir. Bir cebri borudan ayrılmış kollara cebri boru ayrımı veya cebri boru branşmanları adı verilir. Cebri boruların ölçülendirilmesi hidroelektrik güç tesisi tasarımında önemli bir faktördür. Boru uzunluğu maliyet yönünden en ekonomik ve kayıplar yönünden en asgari olacak şekilde hesaplanmalıdır. Aksi takdirde gereksiz kurulum maliyetleri ortaya çıkar ve net düşüde azalma meydana gelir.

Gerek cebri borular ve gerekse boru branşmanları çelik sac levhaların kıvrılıp kaynakla birbirlerine birleştirilmeleri ile imal edilirler. Yüksek hidrolik düşümlü Hidroelektrik tesislerindeki cebri boruların boyları çok uzun olduğu için Hidroelektrik tesislerinin toplam maliyeti içindeki cebri boru maliyeti payı çok yüksek olabilir. Bu nedenle uzun boylu cebri borularda ekonomik cebri boru çapının tespiti büyük önem taşır.

Yüksek hidrolik düşümlü santrallarda kullanılan cebri boruların et kalınlıklarının ve bağlantı yerlerinin yüksek statik ve dinamik zorlamalara dayanabilecek şekilde seçilmesi zorunludur. Cebri borular, uygun kalınlıklardaki kıvrılmış çelik sacların birbirlerine kaynak edilmeleri veya perçinlenmeleri ile imal edilirler. Kullanılan çelik sacların sünek olması gerekir. Cebri boruların imalatında genellikle St. 37, St. 42 ve St. 52 çelik sacları kullanılır. Bu sacların; akma sınırları $\sigma = 21 - 36 \text{ (kp/mm}^2 \text{)}$ ve kopma uzamaları ise $\delta = \% 27 - 22$ arasında değişir.

Cebri borularının imal edileceği malzemelerin çekme, bükme ve çatlama zorlamalarına karşı da gerekli dayanma özelliğine sahip olması ve imal edilen cebri borularının iç yüzeylerinin pürüzsüz, iç ve dış yüzeylerinin paslanmaya karşı koruyucu bir kaplama ile kaplanmış olması gerekir. Ayrıca, cebri borularının ek yerlerinin su sızdırmaz ve sıcaklık değişimleri ile meydana gelen genleşmeleri zarar görmeden karşılayabilecek şekilde yapılması gerekir.

5.3. Cebri Boru Tipleri:

Cebri boru bir tane olabileceği gibi sistemin durumuna göre birden çok da olabilir. Birden çok cebri boru olduğu durumda boru çapı seçiminde benzerlik yaklaşımları dikkate alınır. Bu benzerlik yaklaşımları, "Benzer Akış Hızları" ve "Benzer Akış Kayıpları" şeklindedir.

Cebri borularda;

Q : Tek bir cebri borudan taşınan suyun hacimsel debisini

D : Cebri boru çapını

C : Akış hızını

h_L : Başlangıç kaybını (Yerel olarak)

e : Et kalınlığını

G : Cebri borunun ağırlığını

ifade etmektedir.

Benzerlik yaklaşımlarını sırasıyla ele alalım.

Benzer Akış Hızları Yaklaşımı:

n adet boru devresi durumunda n sayısı Q 'ya bölünerek her borunun çapı benzer akış hızını sağlayacak şekilde belirlenmelidir. n borulu bir sistemde her cebri borunun debisi,

$$Q_n = \frac{Q}{n}$$

şeklinde hesaplanır.

Benzer hız şartı dikkate alındığında

$$C = \frac{Q}{\pi D^2/4} = \frac{Q_n}{\pi D_n^2/4}$$

D_n : Çoklu sistemde herhangi bir cebri borunun çapını ifade eder.

$$D_n = D \sqrt{\frac{Q_n}{Q}} = \frac{D}{\sqrt{n}} \text{ şeklinde tanımlanır,}$$

Tek bir cebri boru kurulumu sırasında sürtünme nedeniyle oluşan kayıp

$$h_L = f \frac{L}{D} \frac{C^2}{2g} = \frac{fL}{2gD} \left(\frac{4Q}{\pi D^2} \right)^2$$

$$h_L = \frac{16 f L}{2g \pi^2} \frac{Q^2}{D^5}$$

$$a_1 = \frac{16 f L}{29 \pi^2} = 0,083 f L$$

$$h_L = a_1 \cdot \frac{Q^2}{D^5}$$

n adet cebri boru için sürtünme kaybı,

$$h_{Ln} = a_1 \cdot \frac{Q_n^2}{D_n^5} = a_1 \frac{\left(\frac{Q}{n}\right)^2}{\left(\frac{D}{\sqrt{n}}\right)^5} \Rightarrow h_{Ln} = a_1 \frac{Q^2 \cdot n^{5/2}}{n^2 \cdot D^5}$$

$$h_{Ln} = a_1 \cdot \frac{Q^2 \sqrt{n}}{D^5} \Rightarrow h_{Ln} = h_L \sqrt{n} \text{ şeklindedir.}$$

Tekli cebri boru düzenlemesi durumunda et kalınlığı,

$$e = \frac{P \cdot D}{2 \sigma_{\text{çelik}}} \rightarrow a_2 = \frac{P}{2 \sigma_{\text{çelik}}} \rightarrow e = a_2 \cdot D \text{ şeklindedir.}$$

Burada, P: iç basıncı, D: çap ve $\sigma_{\text{çelik}}$: Çelik borunun normal gerilmesi olarak tanımlanmaktadır.

n adet cebri boru durumunda et kalınlığı,

$$e_n = a_2 \cdot D_n = a_2 \cdot \frac{D}{\sqrt{n}}$$

$$e_n = \frac{e}{\sqrt{n}} \text{ şeklindedir.}$$

Tek bir cebri boru kurulumu durumunda toplam cebri boru ağırlığı,

$$G = \gamma_{\text{çelik}} \cdot \pi \cdot D \cdot e \rightarrow a_3 = \gamma_{\text{çelik}} \cdot \pi \rightarrow G = a_3 \cdot D \cdot e$$

n sayıda cebri boru için tek bir cebri boru ağırlığı,

$$G_n = a_3 \cdot D_n \cdot e_n$$

$$G_n = a_3 \cdot \frac{D}{\sqrt{n}} \cdot \frac{e}{\sqrt{n}} \rightarrow G_n = \frac{G}{n} \text{ şeklindedir.}$$

n sayıda cebri borudan oluşan sistemin toplam ağırlığı,

$$n \cdot G_n = G \text{ şeklindedir.}$$

Toplam ağırlık değişmiyor. $G = \text{sabit}$

Benzer Sürtünme Kaybı Yaklaşımı;

Sürtünme kaybı benzerliği açısından,

Tek bir cebri borunun kaybına benzer bir kayıp için D_n çapının belirlenmesi,

$$h_L = \alpha_1 \frac{Q^2}{D^5} = \alpha_1 \frac{\left(\frac{Q}{n}\right)^2}{D_n^5} \Rightarrow D_n = \frac{D}{\sqrt[5]{n^2}}$$

Akış hızları açısından, bir cebri borudaki akış hızı

$$C_n = \frac{\frac{Q}{n}}{\frac{\pi D_n^2}{4}} = \frac{C}{\sqrt[5]{n}} \Rightarrow C_n = \frac{C}{\sqrt[5]{n}}$$

Et kalınlığı açısından, n adet cebri borunun her birindeki et kalınlığı

$$e_n = \alpha_2 \cdot D_n = \frac{e}{\sqrt[5]{n^2}} \Rightarrow e_n = \frac{e}{\sqrt[5]{n^2}}$$

Ağırlık açısından, n adet cebri borunun her birinin ağırlığı

$$G_n = \alpha_3 \cdot D_n \cdot e_n = \frac{G}{\sqrt[5]{n^4}}$$

Cebri boru sisteminin toplam ağırlığı

$$n \cdot G_n = \sqrt[5]{n} \cdot G$$

Tekli ve çoklu cebri boru düzenlemelerinin karşılaştırılması

	Tek Cebri Boru	Benzer n adet cebri boru	
		Hız	Sürtünme kaybı
Debi	Q	$n \cdot \frac{Q}{n} = Q$	$n \cdot \frac{Q}{n} = Q$
Çap	D	$D/n^{1/2}$	$D/n^{2/5}$
Hız	C	C	$C/n^{1/5}$
Sürtünme kaybı	h_L	$h_L \cdot n^{1/2}$	h_L
Et kalınlığı	e	$e/n^{1/2}$	$e/n^{2/5}$
Toplam ağırlık	G	G	$G \cdot n^{1/5}$

Yukarıdaki iki yaklaşım değerlendirilirken alternatif ekonomik analizler göz önünde bulundurulmalıdır. Birden çok cebri boru içeren çözümlerde gerekli çelik miktarı, tek cebri boru düzenlemesi için gerekli miktardan büyüktür.

Artan destek aparatları nedeniyle inşaat ve imalat masrafları da artar. Diğer taraftan iki yada daha fazla cebri borunun kullanımı ilave işletme güvenliği anlamına gelmektedir. Bir tamirat söz konusu olduğunda sistemin tamamen durması gerekmez. Cebri boru sayısına alternatif ekonomik analizler yapılarak karar verilmelidir.

Cebri boru çelik malzemeden yapılır. Yerleşeceği bölge gör önüne alındığında gömülü ve açık olmak üzere iki şekilde uygulanır.

Gömülü (Yer Altında) Cebri Borular:

Avantajları:

- Toprak örtüsü sıcaklık değişim etkilerine karşı cebri boruyu korur.
- Toprak örtüsü taşınan suyu donmaya karşı korur.
- Gömülü borular çevre peyzajını bozmaz.
- Gömülü borular, düşen ağaçlar, heyelanlar ve yuvarlanan kayalar açısından daha güvenlidir.
- Ek aparata gerek duymaz.

Dezavantajları:

- Bu tür borular herhangi bir olumsuzlukta ulaşmak için daha az erişilebilir. Herhangi bir kaza durumunda kaza kelayıklıkla bulunamaz.
- Büyük çaplı oldukları için kazı ve dolgu malzemesi nedeniyle kurulumları pahalıdır.
- Çok dik bir tepeden aşağıya doğru kurulmuşsa ve özellikle toprağın sürünme katsayısı düşükse bu tarz borular kayabilir.
- Boruların bakım ve tamirati zordur.

Açık Cebri Borular:

Bu borular arazi yüzeyinin üzerine kurulurlar ve desteklenirler. Arazi ve boru arasında bir bağlantı yoktur. Destek aparatları sürekli değildir. Kulepaş şeklinde olup belli mesafelerde boruyu sararak korur.

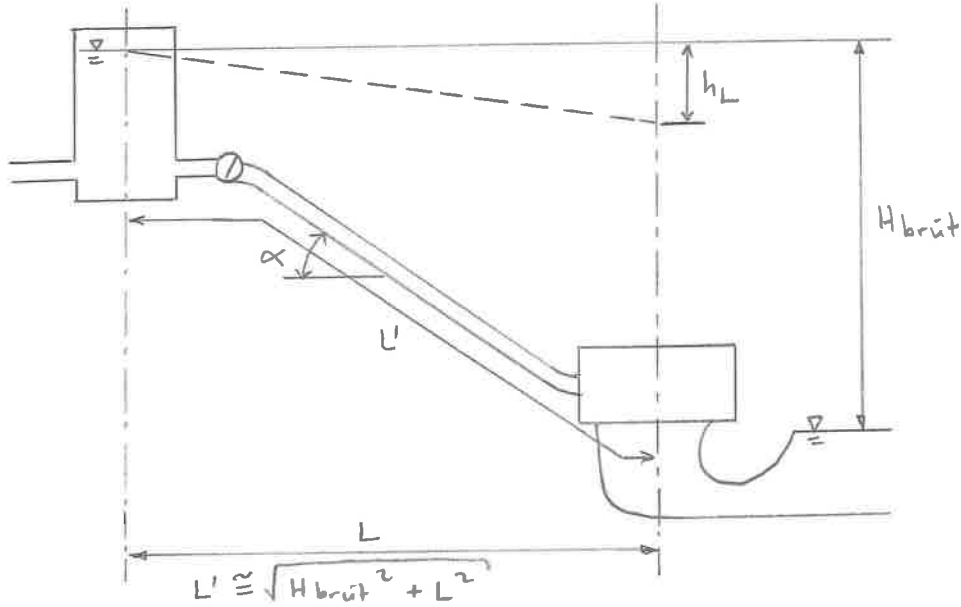
Avantajları:

- Operasyon esnasında yeterince gözlem ve süreklilik imkanı sağlarlar.
- Kurulumları daha ucuzdur.
- Kaymaya karşı güvenliği demir aparatların tespiti ile garantilenir.
- Bu şekildeki borular cabuk ulaşılabilir. Bakım ve tamir işlemleri için kolayca başka bir yere taşınabilirler.

Dezavantajları:

- Dışarıdaki sıcaklık değişimlerine tamamen maruzdur. Bu nedenle taşıdığı su donabilir.
- Destek ve tespitlerin arasındaki mesafe nedeniyle sıcaklık değişimlerinden kaynaklanan boylamasına gerilmeler oluşabilmektedir.

5.4. Cebri Borularda Pratik Hidrolik Hesaplamalar:



Cebri boru çapını belirlemek için pratik ampirik denklemler kullanılabilir. Cebri borudaki maksimum hız, $C_{maks} = 6 \text{ m/s}$ olarak dikkate alınıp kayıp ifadesi için

$$h_L = \frac{C^2 \cdot L' \cdot n^2}{R^{4/3}} \leq 0,05 \cdot H_{brüt} \quad [\text{Ludin - Bundschu ampirik denklemi}]$$

kullanılır, burada, C ; akış hızı, L' ; Cebri boru uzunluğu, n ; katsayı ve R ; hidrolik yarıçap olarak tanımlanmıştır. Benzer şekilde cebri boru iç çapı için,

$$H_{brüt} < 100 \text{ m} \rightarrow D = \sqrt[3]{0,05 Q^3} \quad [\text{m}]$$

$$H_{brüt} > 100 \text{ m} \rightarrow D = \sqrt[3]{\frac{5,2 Q^3}{H_{brüt}}} \quad [\text{m}]$$

bağıntıları kullanılır.

Örnek: $Q = 15 \text{ m}^3/\text{s}$ debiye sahip ve $H_{\text{brüt}} = 120 \text{ m}$ toplam düşüğe sahip bir hidroelektrik santralde cebri boru 45° eğimli olarak konumlandırıldığına göre cebri boru iç çapını belirleyiniz. ($n = 0.014$ olarak verilmiştir.)

Çözüm: $C_{\text{maks}} = 6 \text{ m/s}$ kabulü ile

$$A = \frac{Q}{C} = \frac{15}{6} = 2.5 \text{ m}^2, \quad A = \frac{\pi D^2}{4} \rightarrow D = 2 \sqrt{\frac{A}{\pi}} = 2 \sqrt{\frac{2.5}{\pi}} = 1.80 \text{ m}$$

$$\text{Hidrolik yarıçap: } R = \frac{D}{4} = \frac{1.80}{4} = 0.45 \text{ m}$$

$$L' = \sqrt{H_{\text{brüt}}^2 + L^2} = \sqrt{120^2 + 120^2} \approx 170 \text{ m}$$

$$h_L = \frac{C^2 \cdot L' \cdot n^2}{R^{4/3}} = \frac{6^2 \cdot 170 \cdot 0.014^2}{0.45^{4/3}} = 3.48 \text{ m}$$

$$h_L \leq 0.05 \cdot H_{\text{brüt}}$$

$$0.05 \cdot 120 = 6 \text{ m} > 3.48 \text{ olduğundan bağıntı kullanılabilir.}$$

Amperik çap denklemi kullanılırsa

$$H_{\text{brüt}} = 120 \text{ m} > 120 \text{ m} \rightarrow D = \sqrt[7]{\frac{5.2 Q^3}{H_{\text{brüt}}}}$$

$$D = \sqrt[7]{\frac{5.2 \cdot 15^3}{120}} = 2.04 \text{ m}$$

$$R = \frac{D}{4} = \frac{2.04}{4} = 0.51 \text{ m}, \quad C = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 15}{\pi \cdot 2.04^2} = 4.59 \text{ m/s}$$

$$h_L = \frac{4.59^2 \cdot 170 \cdot 0.014^2}{0.51^{4/3}} = 1.72 \text{ m}$$

Boru iç çapının artmasıyla kazanılan düşü

$$\Delta H = 3.48 - 1.72 = 1.76 \text{ m}$$

Eğer santral günde 24 saat ve yılda 180 gün boyunca çalışırsa kazanılan düşüden sağlanacak enerji

$$\Delta E = 8 Q H T$$

$$\Delta E = 8 \cdot 15 \cdot 1.76 \cdot 180 \cdot 24 = 912384 \text{ kWh olur.}$$

5.5. Cebri Borularda Etkili Kuvvetler

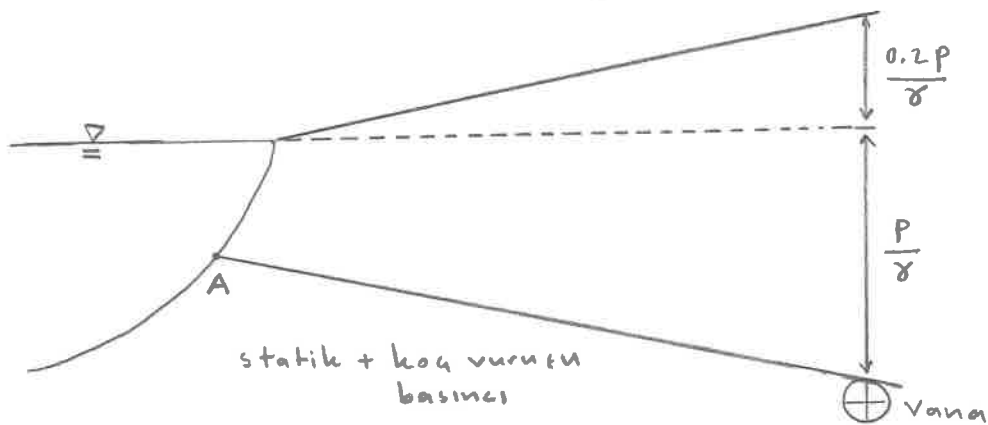
Borular iç ve dış basınca değişiklikleriyle oluşan gerilmeleri karşılayacak şekilde dizayn edilmelidir. Cebri borularda ortaya çıkan iç kuvvetler, içerisinde geçen akışkanın iç basıncı nedeniyle, iç basınca, statik basınca ve su titreşiminden kaynaklanan basınca toplamından oluşur ve boruda çevresel gerilmeye neden olur. iç basınçta etkili bağunkları aşağıdaki gibidir.

$$\sigma_{\text{etlik}} = \frac{P \cdot r}{e} \rightarrow e = \frac{P \cdot r}{\sigma_{\text{etlik}}}$$

Burada, σ_{etlik} : Normal gerilme, P : Statik + su titreşim basıncı, r : Boru iç yarıçapı ve e : Et kalınlığı şeklindedir.

5.6 Koş Darbesi (Titreşim Kaynaklı Gürültü):

Bir borudan akan su bir vananın kapatılmasıyla kesildiği zaman borudaki dinamik enerji elastik enerjiye dönüşür ve pozitif ve negatif basınca dalgalarının bir serisi bir sirtünme etkisiyle sönümleninceye kadar boru içerisinde ileri - geri hareket eder. Bu olay koş vuruşu olarak bilinir. Su koşu veya su darbesi olarak da bilinir bu olayda santrallerin yük atma nedeniyle ani kapanması, cebri boru içerisindeki suyun yansımasına ve cebri boru alt uklarında büyük basınçların oluşmasına neden olur.



Bu olay bir basınç artışına sebep olur.

Herhangi bir ortamda bir basınç dalgasının C hızı, aynı ortamdaki ses hızına eşittir ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$C = \left(\frac{E_w}{\rho_w} \right)^{1/2}$$

Burada, E_w : Suyun Elastisite Modülü, ρ_w : Suyun Yoğunluğu, C : Basınç dalgasının hızı olarak tanımlanmıştır. Su altında normal şartlarda $C=1440 \text{ m/s}$ dir. Kuvvet nedeniyle ortaya çıkan basınç dalgasının hızı borunun elastikliği nedeniyle 1440 m/s 'den daha azdır. Söz konusu hız boru malzemesi ve boru çapına bağlı olarak 600 ile 1200 m/s arasında değişir. Eğer borunun boylamasına uzunluğu azaltılırsa çevresel gerilme oluşur. Boylamasına uzama engellenip çevresel gerilmeye mücadele edilirse basınç dalgasının hızı,

$$C_p = \left(\frac{E_w}{\rho_w} \right)^{0.5} \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{E_w \cdot D}{E_p \cdot e}} \right)^{0.5} \text{ şeklini alır.}$$

Burada, E_p : Boru duvarının Elastisite Modülünü, D : Boru çapını ve e : Et kalınlığını göstermektedir.

Eğer vana aniden kapanırsa basınç dalgası C_p hızı ile boru içinde gerilme baskılar, dt zaman aralığında bir su elemanının uzunluğu $C_p \cdot dt$ ile sabittir.

Sürtünme ihmal edilip Newton'un ikinci kanunu söz konusu su elemanına uygulanırsa,

$$F = m \frac{dC}{dt} \rightarrow F \cdot dt = m dC$$

$$A \cdot dP \cdot dt = \rho A C_p \cdot dt \cdot dC$$

Hız azaldığı için $dC = -V$ ve $dP = P_h$ olur.

Böylece, kuvvetten kaynaklanan basınç $\rightarrow P_h = \rho \cdot C_p \cdot C$ olur.

Vananın kapanmasından hemen sonra vana üzerindeki toplam basınç,

$P_{\text{toplam}} = P_h + P$ şeklindedir.

Boru uzunluğu L olarak dikkate alınırsa, vana rezervuara gidip geri dönen dalganın için zaman,

$$t = \frac{2L}{C_p} \text{ şeklindedir.}$$

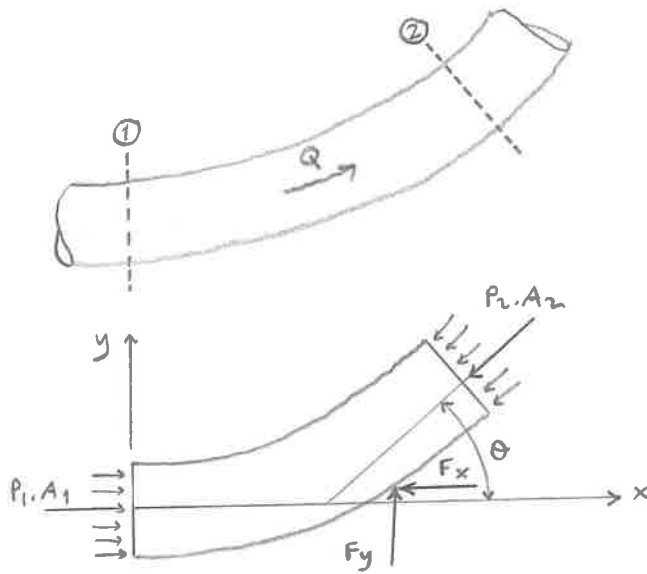
Burada t : vana üzerindeki pozitif basıncın sürdüğü zamanı göstermektedir.

Eğer vana aşamalı olarak kapatılırsa bir dizi küçük basınç dalgası boruya geçer. Bu dalgalar rezervuarda yansır ve normal basınç dalgası olarak boruya döner.

Koç vuruşu basıncı yavaş kapama vanalarının kullanımı ile büyük oranda düşürülebilir. Bunun dışında otomatik genleşme valfleri, hava odaları ve tanklar koç vuruşu basıncını azaltmak için alternatif olarak kullanılabilir. Pratik hesaplarda $P_h = 0.2P$ eşitliği dikkate alınabilir.

5.7. Cebri Borularda Dönüş ve Kesit Değişikliği Durumunda Oluşan Kuvvetler

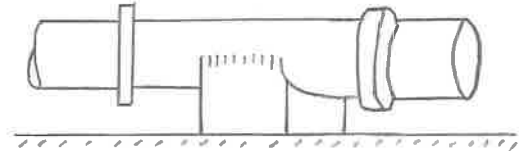
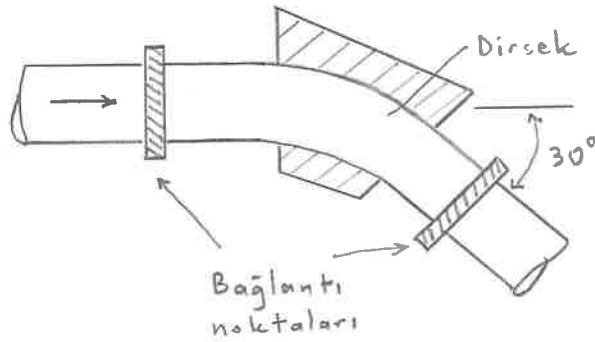
Cebri boru içerisindeki bir akışkanın hızında veya doğrultusundaki bir değişiklik, basıncı değişikliklerinin yol aldığı bir momentum değişimine neden olur. Bu durum akışkana ve cebri boru duvarlarına etki eden kuvvetleri değiştirir. Aşağıda ① ve ② kesitlerinde sırasıyla P_1 ve P_2 basınçlarına ve C_1 ve C_2 hızlarına sahip yatay konumlanmış bir dirseğe etki eden kuvvetler serbest cisim diyagramı üzerinde görülmektedir.



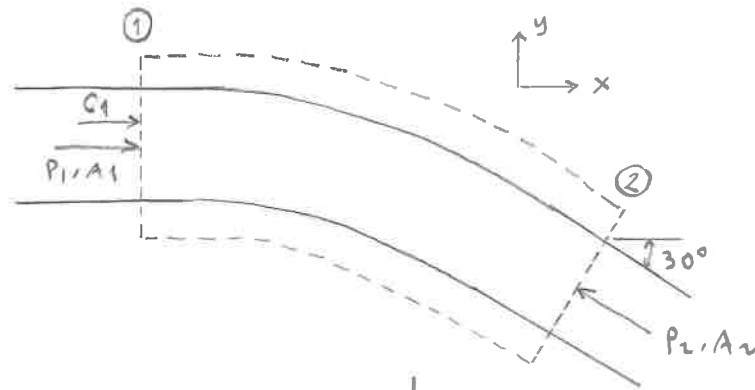
$C_1 = C_2$ ve $P_1 \approx P_2$
olarak dikkate alınır.

Yatay konumlanmış bir dirsekte oluşan kuvvetler

Örnek 1: 1m çapa ve 30° eğime sahip yatay konumlanmış bir dirsekte 3 m/s debisinde su geçmektedir. Dirsekteki basıncın üniform ve 75 kPa, dirsek hacminin $1,8 \text{ m}^3$ ve dirsek ağırlığının 4 kN olduğu dikkate alınır. Dirsekte oluşan reaksiyon kuvveti ne olur?



Görüm:



Verilenler:

$$D = 1 \text{ m}$$

$$P_1 = P_2 = 75000 \text{ Pa}$$

$$Q = 3 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$V = 1,8 \text{ m}^3$$

$$W = 4 \text{ kN}$$

$$A_1 = A_2 = \frac{\pi D^2}{4} = 0,785 \text{ m}^2$$

$$C_1 = C_2 = \frac{Q}{A} = \frac{3}{0,785} = 3,82 \text{ m/s}$$

y yönünde lineer momentumun korunumu

$$+\uparrow \sum F_y = \rho Q (C_{2y} - C_{1y})$$

$$F_y + P_2 \cdot A_2 \cdot \sin 30^\circ = \rho Q (-C_2 \cdot \sin 30^\circ)$$

$$F_y = -35168 \text{ N}$$

x yönünde lineer momentumun korunumu

$$+\rightarrow \sum F_x = \rho Q (\vec{C}_{2x} - \vec{C}_{1x})$$

$$F_x + P_1 \cdot A_1 - P_2 \cdot A_2 \cdot \cos 30^\circ$$

$$= \rho \cdot Q (C_2 \cdot \cos 30^\circ - V_1)$$

$$F_x + 75000 (0,785 - 0,785 \cdot \cos 30^\circ)$$

$$= 1000 \cdot 3 (3,82 \cdot \cos 30^\circ - 3,82)$$

$$F_x = -9423 \text{ N} (\leftarrow)$$

z yönünde lineer momentumun korunumu

$$\sum F_z = \rho Q (C_{2z} - C_{1z})$$

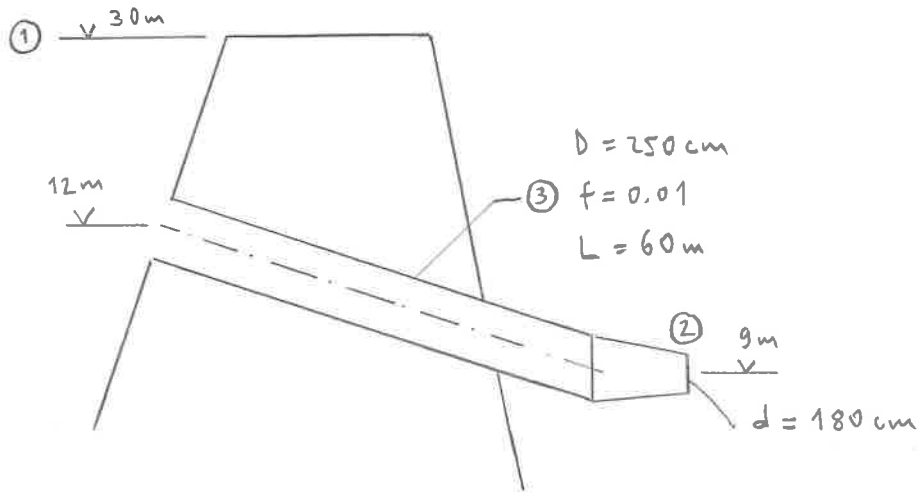
$$-F_z + W_d + W_{su} = 0$$

$$F_z = 4000 + 1,8 \times 9,81 \times 1000$$

$$F_z = 21658 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{dirsek} = -9423 \vec{i} - 35168 \vec{j} + 21658 \vec{k}$$

Örnek 2: Cebri boru ucuna takılan bağlantıda oluşan reaksiyon kuvvetini belirleyiniz.



Gözüm:

① ve ② arasında enerjinin korunumu denklemi yazılırsa,

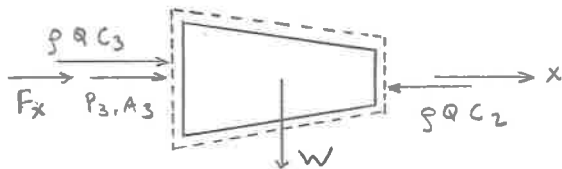
$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{C_2^2}{2g} + z_2 + h_L$$

$$0 + 0 + 30 = 0 + \frac{C_2^2}{2g} + 9 + f \frac{L}{D} \frac{C_3^2}{2g}$$

$$A_2 = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \times 1,8^2}{4} = 2,54 \text{ m}^2, \quad C_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{2,54}$$

$$A_3 = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \times 2,5^2}{4} = 4,91 \text{ m}^2, \quad C_3 = \frac{Q}{A_3} = \frac{Q}{4,91}$$

$$30 = \frac{Q^2}{2,54^2} + \frac{1}{2 \times 9,81} + 9 + 0,01 \frac{60}{0,5} \times \frac{Q^2}{4,91^2} \times \frac{1}{2 \times 9,81} \Rightarrow Q \approx 50 \text{ m}^3/\text{s}$$



$$\Sigma F_x = \gamma Q (C_2 - C_3)$$

$$P_3 A_3 + F_x = \gamma Q (19,69 - 10,18)$$

$$F_x = -P_3 A_3 + 47550$$

$$C_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{50}{2,54} = 19,69 \text{ m/s}$$

$$C_3 = \frac{Q}{A_3} = \frac{50}{4,91} = 10,18 \text{ m/s}$$

$$\frac{P_3}{\gamma} + \frac{C_3^2}{2g} + \cancel{z_3} = \frac{\cancel{P_2}}{\gamma} + \frac{C_2^2}{2g} + \cancel{z_2}$$

$$\frac{P_3}{\gamma} + \frac{C_3^2}{2g} = \frac{C_2^2}{2g} \rightarrow \frac{P_3}{\gamma} = \frac{(19,69^2 - 10,18^2)}{2 \times 9,81}$$

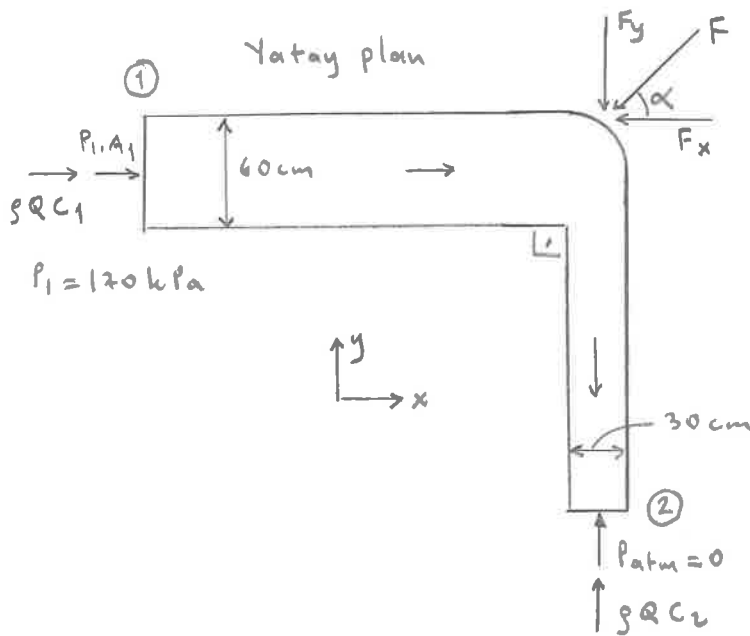
$$\frac{P_3}{\gamma} = 14,48 \text{ m} \rightarrow P_3 = 14,48 \times 9,81 \times 1000$$

$$P_3 = 142035 \text{ Pa}$$

$$F_x = -142035 \times 4,91 + 47550$$

$$F_x = -222891 \text{ N} (\leftarrow)$$

Örnek 3; Bileşke kuvvetin büyüklüğünü ve doğrultusunu belirleyiniz.



Çözüm:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{C_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{C_2^2}{2g} + z_2 \quad (\text{enerjinin korunumu denklemi})$$

$$C_1 A_1 = C_2 A_2 \quad (\text{süreklilik denklemi}) \quad C_1 \times \frac{\pi D_1^2}{4} = C_2 \times \frac{\pi D_2^2}{4}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 = \left(\frac{0,6}{0,3} \right)^2 = 4 \Rightarrow C_2 = 4C_1$$

$$\Rightarrow \frac{170000}{9,81 \times 1000} + \frac{C_1^2}{2g} + 0 = 0 + \frac{16C_1^2}{2 \times 9,81} + 0 \Rightarrow \frac{C_1^2}{2g} = 17,33$$

$$C_1 = 4,76 \text{ m/s}, \quad C_2 = 19,04 \text{ m/s}$$

$$Q = \frac{\pi \times 0,6^2}{4} \times 4,76 = 1,35 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\sum F_x = \rho Q (C_{2x} - C_{1x})$$

$$P_1 A_1 + F_x = \rho Q (-4,76)$$

$$F_x = 170000 \times \frac{\pi \times 0,6^2}{4} + 1000 \times 1,35 \times 4,76 \Rightarrow F_x = -54468 \text{ N} (\leftarrow)$$

$$\sum F_y = \rho Q (C_{2y} - C_{1y})$$

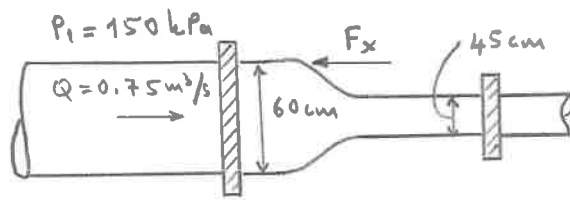
$$F_y = \rho Q (-C_2 - 0)$$

$$F_y = 1000 \times 1,35 \times 19,04 \Rightarrow F_y = -25704 \text{ N} (\downarrow)$$

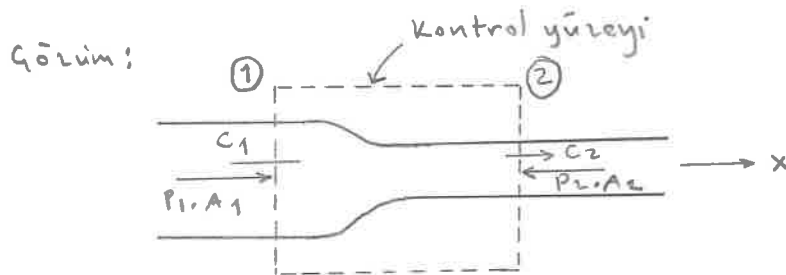
$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{54468^2 + 25704^2} \Rightarrow F = 60228 \text{ N}$$

$$\cos \alpha = \frac{F_x}{F} = \frac{54468}{60228} = 0,904 \Rightarrow \alpha = 25,26^\circ$$

Örnek 4:



$K_{\text{yavaş daralma}} = 0.2$



$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{C_2^2}{2g} + h_m, \quad h_m = K \frac{C_2^2}{2g}$$

$$C_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.75}{\pi \times 0.6^2 / 4} \rightarrow C_1 = 2.65 \text{ m/s}$$

$$C_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0.75}{\pi \times 0.45^2 / 4} \rightarrow C_2 = 4.72 \text{ m/s}$$

$$\frac{150 \times 10^3}{9.81 \times 1000} + \frac{0.75^2}{2 \times 9.81} + 0 = \frac{P_2}{9.81 \times 1000} + \frac{4.72^2}{2 \times 9.81} + 0 + 0.2 \frac{4.72^2}{2 \times 9.81}$$

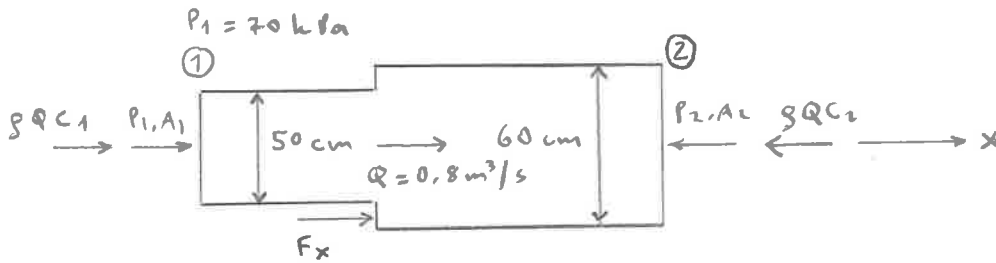
$$P_2 = 140 \text{ kPa}$$

$$\sum F_x = \rho Q (\vec{C}_2 - \vec{C}_1)$$

$$P_1 \cdot A_1 + F_x - P_2 \cdot A_2 = \rho Q (\vec{C}_2 - \vec{C}_1)$$

$$150000 \times \frac{\pi \times 0.6^2}{4} + F_x - 140000 \times \frac{\pi \times 0.45^2}{4} = 1000 \times 0.75 (4.72 - 2.65)$$

$$F_x = -18637 \text{ (←)}$$

Örnek 5: $F_x = ?$ 

Çözüm:

$$A_1 = \frac{\pi \cdot 0,5^2}{4} = 0,1963 \text{ m}^2, \quad C_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0,8}{0,1963} \rightarrow C_1 = 4,08 \text{ m/s}$$

$$A_2 = \frac{\pi \cdot 0,6^2}{4} = 0,2826 \text{ m}^2, \quad C_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{0,8}{0,2826} \rightarrow C_2 = 2,83 \text{ m/s}$$

$$h_L = \frac{(C_1 - C_2)^2}{2g} = \frac{(4,08 - 2,83)^2}{2 \times 9,81} \rightarrow h_L = 0,08 \text{ m}$$

$$\left[h_m = K_{a.g.} \cdot \frac{C_1^2}{2g}, \quad K_{a.g.} = 1 \text{ verilseydi yandaki formül kullanılabirdi.} \right]$$

Enerjinin korunumu denklemi uygulanırsa

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{C_2^2}{2g} + z_2 + h_m$$

$$\frac{P_2}{\gamma} = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{C_1^2}{2g} - \frac{C_2^2}{2g} - h_m = \frac{70 \times 10^3}{9,81 \times 1000} + \frac{4,08^2}{2 \times 9,81} - \frac{2,83^2}{2 \times 9,81} - 0,08$$

$$\frac{P_2}{\gamma} = 7,5 \text{ m} \rightarrow P_2 = 73575 \text{ Pa}$$

$$\sum F_x = \rho \cdot Q (C_{2x} - C_{1x})$$

$$P_1 \cdot A_1 + F_x - P_2 \cdot A_2 = \rho \cdot Q (C_2 - C_1)$$

$$70 \times 10^3 \times 0,1963 + F_x - 73,575 \times 10^3 \times 0,2826 = 1000 \times 0,8 (2,83 - 4,08)$$

$$F_x = 3694 \text{ N} (\rightarrow)$$