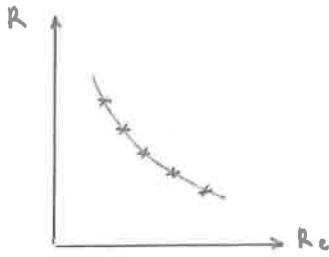


6. BOYUTSAL GÖZÜMLEME VE BENZERLİK

6.1. Boyutsal Gözümleme (Boyut Analizi)

Boyutsal gözümleme, akışkanlar mekanik problemlerinin çözümünde kullanılan en önemli matematiksel araçlardan birisidir. Bu yöntemin en önemli özelliğinden biri boyutlu değişkenleri boyutsuz gruplar halinde toplayarak sayısını azaltmasıdır. Karmaşık olayların ve özellikle türbülanslı akış problemlerinin (pompa ve türbin içerisinde akış gibi) büyük bir çoğunluğu bilinen matematiksel yöntemlerle gözölenebilmektedir. Bunun sebebi genellikle hareket denklemlerindeki değişken sayısının çokluğudur. Bu nedenle problemlerde yer alan boyutsuz değişkenler farklı yöntemlerle gruplandırılarak hem değişken sayısı azaltılmış olur hem de problemi temsil eden bazı özel boyutsuz sayılar elde edilir. Örneğin olarak, bir boru akışında boruya etki eden sürtünme direnci " $R = f(\rho, C, D, \mu)$ " gibi dört bağımsız değişkene sahip olsun. Direnci belirlemeye yönelik deneylerde her bir bağımsız değişkenin 10 defa değiştirildiği varsayılırsa 10^4 adet deney yapmak gerekecektir. Bunun yerine boyutsal gözümleme (boyut analizi) yapılırsa sürtünme direnci " $R = f\left(\frac{\rho \cdot C \cdot D}{\mu}\right) = f(Re)$ " formuna indirgenir. Bu durumda 10 adet deney yapılması yeterli olacaktır.



Boyutsal gözümlemenin önemli olduğu ileri durum aşağıda verilmiştir.

- Deneysel Çalışmalar: Deney sayısının azaltılması ve problemlerde etki olan boyutsuz sayıların belirlenmesi
- Model Deneyler: Boyutsal gözümleme sonuçları kullanılarak gerçek yapılarındaki karmaşık olaylarla ilgili problemin belirli oranlarda küçültülmüş modeli üzerinde deneyler yapılarak incelenebilir.

Akım makinelerinde özellikle pompa ve türbinlerde model deneyleri ve boyutsal gözümleme tercih edilen araçlardır. Örneğin bir pompa için basma yüksekliğine etki eden boyutsuz sayıları belirlemeye çalışalım.

Basma yüksekliği, $H_m \Rightarrow H = \frac{Y}{g}$ şeklinde ifade edilir.

Yerçekimi ivmesi, enlem açısı ve deniz seviyesinden olan yüksekliğe bağlı olarak değiştiğinden basma yüksekliği yerine örgül enerji tanımı kullanmak daha uygun olacaktır. Bir hidrolik akış makinasında örgül enerjinin

$$Y = g \cdot H = f(Q, n, D, \rho, \mu, k, \varepsilon)$$

şeklinde, debi, devir sayısı, çap, yoğunluk, dinamik viskozite, Bulk Modül ve mutlak pürüzlülüğe bağlı olduğu tahmin edilebilir. Akışkanlar Mekaniğinden bilinen Π teoremine göre $g \cdot H = Q^a \cdot n^b \cdot D^c \cdot \rho^d \cdot \mu^e \cdot k^f \cdot \varepsilon^g (*)$ formunda yazılabilir. Bu ilişkinin sağlanabilmesi için eşitliğin sol ve sağ tarafındaki birimlerin eşit olması gerekir. Tüm terimlerin birimi temel mekanik birimler cinsinden yazılır ve ilişkileri düzenlenirse,

Temel Birimler	Türetilmiş Birimlerden Bazıları
$\rightarrow l(m) : [L]$ uzunluk	$\rightarrow \mu [kg/(m \cdot s)] : [M/L \cdot T]$
$\rightarrow m(kg) : [M]$ kütle	$\rightarrow k [kg/(m \cdot s^2)] : [M/L \cdot T^{-2}]$
$\rightarrow t(s) : [T]$ zaman	$\rightarrow \varepsilon [m] : [L]$
	$\rightarrow g \cdot H [m^2/s^2] : [L^2/T^2]$

(*) eşitliğine yazılırsa;

$$[L]^2 \cdot [T]^{-2} = [L]^{3a} \cdot [T]^{-a} \cdot [T]^{-b} \cdot [L]^c \cdot [M]^d \cdot [L]^{-3d} \cdot [M]^e \cdot [L]^{-e} \cdot [T]^{-e} \cdot [M]^f \cdot [L]^{-f} \cdot [T]^{-2f} \cdot [L]^g$$

$$[L]'ler için \rightarrow 2 = 3a + c - 3d - e - f + g$$

$$[T]'ler için \rightarrow -2 = -a - b - e - 2f$$

$$[M]'ler için \rightarrow 0 = d + e + f$$

$$7 - 3 = 4 \text{ tane boyutsuz sayı}$$

Bu denklem takımlarından yararlanılarak seçilecek olan üç bilinmeyen, diğer bilinmeyenler cinsinden ifade edilebilir. Bu amaçla b, c, d bilinmeyenleri a, e, f, g cinsinden yazılırsa;

$$d = -e - f$$

$$b = 2 - a - e - 2f$$

$$c = 2 - 3a - 2e - 2f - g$$

elde edilir.

Bulunan yeni üsler (*) ifadesine tatınırsa;

$$g \cdot H = Q^a, n^{2-a-e-2f}, D^{2-3a-2f-g}, \rho^{-e-f}, \mu^e, K^f, \varepsilon^g$$

$$g \cdot H = n^2, D^2, \left[\frac{Q}{n \cdot D^3} \right]^a, \left[\frac{\mu}{n D^2, \rho} \right]^e, \left[\frac{K}{n^2 D^2, \rho} \right]^f, \left[\frac{\varepsilon}{D} \right]^g$$

$$\frac{g \cdot H}{n^2 D^2} = f \left[\frac{Q}{n D^3}, \frac{\mu}{n \cdot D^2, \rho}, \frac{K}{n^2 \cdot D^2, \rho}, \frac{\varepsilon}{D} \right]$$

elde edilir. Yukarıdaki denklemlerde yer alan bütün terimlerin boyutsuz olduğu gösterilir. Denklemlerde yer alan her bir boyutsuz terim

$$\rightarrow K_H = \frac{g \cdot H}{n^2 D^2} : \text{Düğü veya basma yüksekliği katsayısı}$$

$$\rightarrow K_Q = \frac{Q}{n \cdot D^3} : \text{Debi katsayısı}$$

$$\rightarrow \frac{\mu (= \eta \cdot \rho)}{n \cdot D^2 \cdot \rho} = \frac{\eta}{n \cdot D \cdot D} = \frac{\eta}{C \cdot D} = \frac{1}{Re} : \text{Reynolds sayısı} \quad [n \cdot D = C]$$

$$\rightarrow \frac{K}{n^2 D^2, \rho} \sim \frac{1}{Ma} : \text{Mach sayısı}$$

$$\rightarrow \frac{\varepsilon}{D} : \text{Bağıl pürüzlülük}$$

formunda tanımlanabilir. Yeni boyutsuz katsayılar cinsinden özgül enerji için fonksiyonel ilişki;

$$K_H = f \left[K_Q, Re, Ma, \frac{\varepsilon}{D} \right]$$

Benzer işlemler yapılarak diğer boyutsuz katsayılara benzer şekilde güç katsayısı ve verim sırasıyla;

$$K_P = \frac{P}{g \cdot n^3 \cdot D^5} \sim K_Q \cdot K_H : \text{Güç katsayısı}$$

$$\eta = \frac{K_H \cdot K_Q}{K_P} : \text{Verim}$$

formunda elde edilir. Böylece her bir akım makinası için K_H , K_P ve η değerleri K_Q 'ya bağlı olarak eğriler formunda düzenlenebilir.

6.2. Benzerlik Esasları

Hidrolik akım makinalarının (türbin ve bazı pompalar) büyük ölçekte olmasından dolayı tam ölçekli makinanın yerine bu makinaların belirli oranlarda küçültülmüş modelleri üzerinde deneyler yapılarak ana makina hakkında bilgi sağlanır. Tam bir benzerlik için;

- Karşılaştırılan makinaların bütün ölçü ve biçimlerinin "geometrik benzer" olması.
- Makinaların kanallarında ve özellikle dönel çark kanallarındaki akışta "kinematik benzerimin" sağlanması gerekmektedir. Kısaca her iki makinanın her ügünlüklerinin benzerliği sağlanmalıdır.
- Makinaya gelen dış kuvvet taşıma ve sürtünme kuvvetlerinin benzerimi ise "dinamik benzerim" olarak adlandırılır.

Genel olarak hidrolik akım makinalarında Re sayısı dinamik benzerim parametresi olarak tanımlanır. Benzerlik yasalarının uygulanabilmesi, yukarıdan elde edilen boyutsuz sayıların ana makina ve model için eşit olmasını gerektirir. Uygulamanın türüne bağlı olarak bu boyutsuz sayıların bazıları (Re , Ma ve E/D) ehti mertebeleri ortadan kalkabilir. Bunlar;

- Reynolds Sayısı

$$Re = \frac{\rho D^2 \omega}{\mu} = \frac{\rho D^2}{\mu} \omega \quad \text{formunda tanımlanır. Çapları } D_1 \text{ ve } D_2 \text{ olan geo-}$$

metrik benzer makinelerde ρD^2 'ler her zaman aynı olmayabilir. Örneğin, 20°C sıcaklığındaki suyun serbkiyatı dikkate alınırsa, ($\nu = 1,054 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$)

$$\left. \begin{array}{l} n_1 = 750 \text{ d/dk} \\ D_1 = 0,5 \text{ m} \end{array} \right\} Re_1 = 2,965 \times 10^6 \quad \left. \begin{array}{l} n_2 = 1450 \text{ d/dk} \\ D_2 = 0,35 \text{ m} \end{array} \right\} Re_2 = 2,82 \times 10^6$$

olarak elde edilir. Dikkat edilecek olursa Re sayısının her iki uygulama için de 10^6 mertebelerinde olduğu ve akışın türbülanslı rejimde olduğu görülmektedir. Bu durumda Re sayısının biraz değişmesinin sürtünme davranışını pek fazla etkilemeyeceği söylenebilir. Re sayısının etki görüldüğü edilebilir.

b) Mach sayısı

$$Ma = \frac{v^2 D^2 \rho}{K} > 0.3$$

Devir sayısı ve aap büyük değerler aldığında Ma sayısının çok büyüyeceği ve sıkıştırılabilirlik etkisinin önemli düzeye ulaşacağı bağntıda görülmüştür. Bu durum özellikle yüksek hızlı ve büyük aaplı fanlarda meydana gelir. Sıkıştırılamaz akışkanlarda Mach sayısının etkisi göz ardı edilmelidir.

$$K = - \frac{\frac{dP}{dV}}{\frac{V}{K}} \begin{cases} \text{Gas} > 0.3 Ma \\ \text{Sıvı} < 0.3 Ma \end{cases}$$

c) Bağıl Pürüzlülük

Aynı teknoloji ile çalışan bir fabrikada büyük ve küçük aaplı makinelerin üretildiği düşünürsek aynı tezgahlarda üretim yapılacağına göre mutlak pürüzlülüklerin her iki makine için de aynı olacağını söyleyebiliriz. Buna karşın bağıl pürüzlülük küçük makinelerde büyük makineye kıyasla daha yüksek olacaktır.

d) Boşluklar ve Kalınlıklar

Pürüzlülüğe benzer şekilde bir fabrikada benzeri toleranslar, boşluklar, yatakları ve kaplama kalınlıkları kullanılır. Bunun sonucunda küçük makinelerde boşluk ve kalınlık etkileri büyük makineye kıyasla daha azdır.

Yukarıda tanımlanan son üç etki göz önüne alındığında geometri benzer makinelerde aap arttıkça verim artacağı söylenebilir.

6.3. Benzerlik Kanunlarının Pompa ve Türbinlere Uygulanması

Bir akım makinasında belli bir devir sayısında K_Q , K_H ve K_P değerleri bilinsin. Bu makinanın geometrik benzeri diğer bir makinanın K_Q , K_H ve K_P değerleri benzerlik kuralları kullanılarak rahatlıkla belirlenebilir.

i) $D = \text{sabit}$ $n_1 \rightarrow Q_1, H_1, P_1, \eta_1$ belli olsun,
 $n_2 \rightarrow Q_2, H_2, P_2, \eta_2$ belirlenebilir.

ii) $n = \text{sabit}$ $D_1 \rightarrow Q_1, H_1, P_1, \eta_1$ belli olsun,
 $D_2 \rightarrow Q_2, H_2, P_2, \eta_2$ belirlenebilir.

n_1 devrinde Q_1 debisinde η_1, H_1, P_1 değerleri bilinsin. Aynı pompa ($D = \text{sabit}$) n_2 devrinde çalışırken Q_2, H_2, η_2 ve P_2 değerlerini bulmak isteyelim. Benzerlik kanunlarına göre K_Q, K_H, K_P ve η geometrik benzer makinelerde eşit olacaktır;

$$\rightarrow K_Q = \frac{Q}{n \cdot D^3} = \text{sabit} \Rightarrow \frac{Q_1}{n_1 D^3} = \frac{Q_2}{n_2 D^3} \Rightarrow Q_2 = \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \cdot Q_1$$

$$\rightarrow K_H = \frac{g \cdot H}{n^2 D^2} = \text{sabit} \Rightarrow \frac{g \cdot H_1}{n_1^2 D^2} = \frac{g \cdot H_2}{n_2^2 D^2} \Rightarrow H_2 = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \cdot H_1$$

$$\rightarrow K_P = \frac{P}{g n^3 D^5} = \text{sabit} \Rightarrow \frac{P_1}{g \cdot n_1^3 D^5} = \frac{P_2}{g \cdot n_2^3 D^5} \Rightarrow P_2 = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^3 \cdot P_1$$

$$\rightarrow \eta = \frac{K_Q \cdot K_H}{K_P} \rightarrow \eta_2 = \eta_1$$

ÖRNEK 6.1. Çark çapı 0.5 m olan bir pompanın 750 d/dk'daki sonuçlarından aşağıdaki performans karakteristikleri elde edilmiştir.

$Q \text{ (m}^3/\text{dk)}$	0	7	14	21	28	35
$H_m \text{ (m)}$	40	40.6	40.4	39.3	38	33.6
$\eta \text{ (\%)}$	0	41	60	74	83	83

Buna göre 0.35 m çapındaki geometrik benzer pompanın 1450 d/dk'daki performans karakteristiklerini belirleyiniz.

Benzerlik kanunlarına göre,

$$\rightarrow K_Q = \frac{Q}{n D^3} = \text{sabit} \Rightarrow \frac{Q_1}{n_1 D_1^3} = \frac{Q_2}{n_2 D_2^3} \Rightarrow Q_2 = Q_1 \cdot \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^3$$

$$Q_2 = Q_1 \cdot \frac{1450}{750} \left(\frac{0.35}{0.5} \right)^3 \Rightarrow Q_2 = 0.633 Q_1$$

$$\rightarrow K_H = \frac{g \cdot H}{n^2 D^2} = \text{sabit} \Rightarrow \frac{g \cdot H_1}{n_1^2 D_1^2} = \frac{g \cdot H_2}{n_2^2 D_2^2} \Rightarrow H_2 = H_1 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \cdot \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2$$

$$\Rightarrow H_2 = 1.831 H_1$$

$$\eta = \frac{K_a \cdot K_H}{K_p} \Rightarrow \eta_1 = \eta_2$$

Yukarıdaki bağıntılar kullanılarak 0.35m çapındaki pompaya ait karakteristikler;

$Q_2 \text{ (m}^3/\text{dk)}$	0	4.641	9.282	-	-	-
$H_2 \text{ (m)}$	73.24	74.339	73.927	-	-	-
$\eta_2 \text{ (\%)}$	0	41	60	-	-	-

olarak elde edilir.

ÖRNEK 6.2. Tek kademeli bir radyal pompa $H_1 = 17\text{m}$ manometrik yüksekliğinde Q debisini sağlayacak şekilde tasarlanmıştır. Fakat pompa imal edildikten sonra yapılan deneylerde pompanın debisi Q olduğu zaman basma yüksekliğinin $H_1' = 18.6\text{m}$ olduğu tespit edilmiştir. Pompanın devir sayısı değiştirilmediğine göre istenilen manometrik yüksekliği elde etmek için pompanın çark çapının torna edilerek küçültülmesi planlanmaktadır. Çark çapı $D_1' = 343\text{mm}$ ne kadar torna edilmeli ki $H_1 = 17\text{m}$ manometrik yükseklik sağlansın.

$$K_H = \frac{g \cdot H}{n^2 D^2} = \text{sabit}$$

$$\frac{g H_1}{n^2 D_1^2} = \frac{g \cdot H_1'}{n^2 D_1'^2} \Rightarrow \frac{H_1}{H_1'} = \left(\frac{D_1}{D_1'} \right)^2 \Rightarrow \frac{17}{18.6} = \left(\frac{D_1}{343} \right)^2$$

$$D_1 = 327.91\text{mm} \approx 328\text{mm}$$

$$D_1' - D_1 = 343 - 328 = 15\text{mm} \text{ torna edilmelidir.}$$

6.4. Özgül Hız (Tip Sayısı)

Boyut analizinden görüldüğü gibi her tip makina için farklı devir ve manometrik yüksekliklerde/düşüklerde birçok deney yapılarak makinanın karakteristikleri elde edilebilir. Bu karakteristiklerden yararlanılarak benzer makinanın özellikleri yukarıdaki örnekte görüldüğü gibi belirlenebilir. Fakat bu durum birçok verinin kullanılmasını gerekli kılar. Karşılaştırmaları basitleştirmek amacıyla makinanın en verimli çalıştığı noktadaki özelliklerden yararlanılarak özgül hız (tip sayısı) tanımlanabilir.

a) Pompalar

Pompalarda amaç, belirli bir hacimsel debide istenilen basma yüksekliğini elde etmektir. Bu düşünce ile K_Q ve K_H arasında uygun bir düzenleme yapıp çapı (D) yok ederek devir sayısı ile orantılı bir sayı elde edilebilir.

$$\left. \begin{aligned} K_Q &= \frac{Q}{n D^3} \\ K_H &= \frac{gH}{n^2 D^2} \end{aligned} \right\} n_s = \frac{(K_Q)^{1/2}}{(K_H)^{3/4}} = \frac{Q^{1/2}}{n^{1/2} D^{3/2}} \cdot \frac{n^{3/2} D^{3/2}}{g^{3/4} H^{3/4}}$$

$$\Rightarrow n_s = \frac{n \sqrt{Q}}{(gH)^{3/4}} \quad ; \text{özgül hız (tip sayısı)}$$

Literatürde özgül hızın farklı tanımlarına rastlamak mümkündür. Yaygın olarak kullanılan üç türü aşağıda verilmektedir.

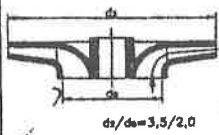
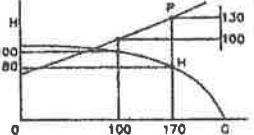
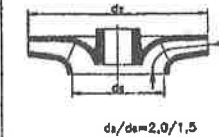
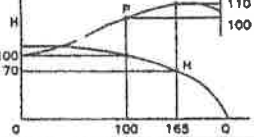
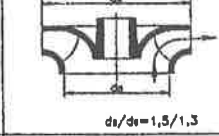
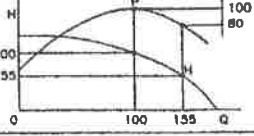
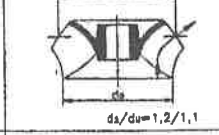
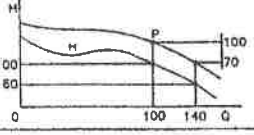
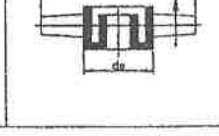
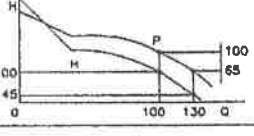
	Özgül Hız Bağıntısı	Büyüklik Birimleri	Özgül Hızın Birimi
$\rightarrow n_q$	$\frac{n \cdot Q^{1/2}}{H^{3/4}}$	$n \text{ (d/dk)}$ $H \text{ (m)}$ $Q \text{ (m}^3/\text{s)}$	d/dk
$\rightarrow n_s$	$3.65 \times n_q$	—	d/dk
$\rightarrow n_s$	$\frac{n \cdot \sqrt{Q}}{(g \cdot H)^{3/4}}$	$n \text{ [w] (rad/s)}$ $Q \text{ (m}^3/\text{s)}$ $g \text{ (m}^2/\text{s)}$ $H \text{ (m)}$	—

Özgül hız değerlerine bağlı olarak farklı çark tipleri Şekil 6.1'de verilmiştir. Özgül hız tabloları belirlenirken özgül hızın üretici firma tarafından nasıl tanımlandığına dikkat edilmelidir. Şekil 6.2'de üç temel dinamik pompa tipi için pompa özgül hızının fonksiyonu olarak maksimum verim değişimi görülmektedir.

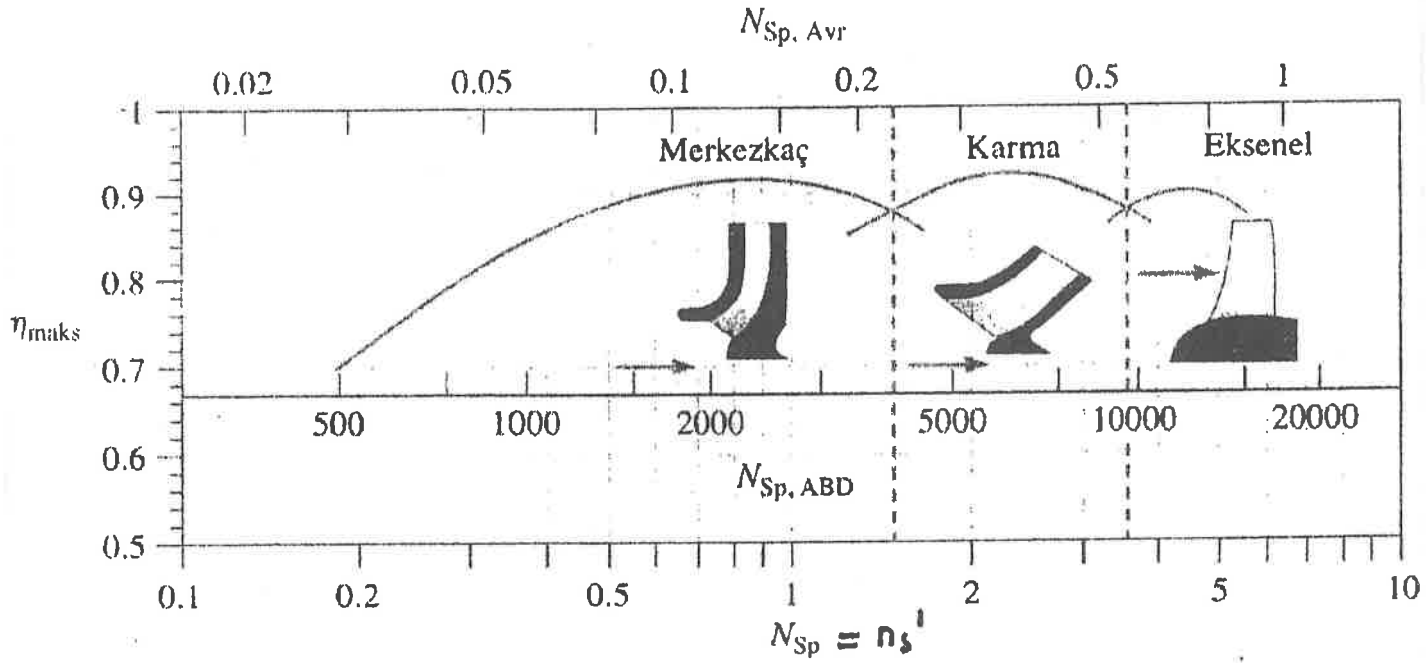
b) Türbinler

Türbinlerde belirli bir düşüde mümkün olduğu kadar yüksek değerde basma elde etmek amaçlanır. Bu düşünceyle K_H ve K_P arasında D yok edilerek, özgül hız;

$$n_s = \frac{(K_P)^{1/2}}{(K_H)^{5/4}}, \quad n_s = \frac{p^{1/2}}{g^{1/2} (g \cdot H)^{5/4}} \quad \text{formunda elde edilir.}$$

	ÇARK PROFİLİ	KARAKTERİSTİK	n_q (d/dak)	ÖRNEK POMPA
SANTRİFLÜ			10 - 30	NORM 40/200 KOT 80
			30 - 50	NORM 125/250 CEP 400/400
HELIKOSANTRİFLÜ			50 - 80	NORM 300/400 CEP 300/315
KARISIK AKIMLI			80 - 150	EKS-K 400 DAC-K 600
EKSENEL			135 - 120	EKS-E 1200 DAC-E 700

Şekil 6.1. Farklı çark profillerine ait özgül hızlar



Şekil 6.2. Üa temel dinamik pompa tipi için pompa özgül hızının fonksiyonu olarak maksimum verim