ALIŞTIRMALAR

1) α, $M \subseteq \mathbb{R}^3$ yüzeyinde bir eğri olsun. U_α, M nin U birim normalinin α ya kısıtlanışı ise $S(\alpha') = -U_\alpha'$ olduğunu gösteriniz.

2) $M: z = f(x,y)$, $f(0,0) = f_x(0,0) = f_y(0,0) = 0$ yüzeyini göz önüne alalım. Gösteriniz ki:

a) $v = U_1(0)$ ve $w = U_2(0)$ vektörleri orijinde $(0 = (0,0,0))$ M ye teğettir ve

$$U = \frac{-f_x U_1 - f_y U_2 + U_3}{\sqrt{1 + f_x^2 + f_y^2}}$$

M de birim normal vektör alanıdır.

b) $S(v) = f_{xx}(0,0)\,v + f_{yx}(0,0)\,w$ ve $S(w) = f_{xy}(0,0)\,v + f_{yy}(0,0)\,w$ dır.

3) Aşağıdaki herbir durumda, v ve w Alıştırma 2 deki vektörler olmak üzere $S(av + bw)$ yi v ve w cinsinden açıklayınız.

a) $z = xy$ b) $z = 2x^2 + y^2$ c) $z = (x+y)^2$ d) $z = xy^2$

4) $\mathbb{R}^3$ te bir M yüzeyinin birim normal vektör alanı $U = g_1 U_1 + g_2 U_2 + g_3 U_3$ olsun. Bu durumda $G: M \longrightarrow \Sigma$ Gauss dönüşümü M nin her bir p noktası için $G(p) = (g_1(p), g_2(p), g_3(p))$ olarak tanımlanır. Aşağıdaki yüzeylerin her biri için, Σ küresinde Gauss dönüşümünün $G(M)$ görüntüsünü belirleyiniz.

a) Silindir: $x^2 + y^2 = r^2$

b) Koni: $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

c) Düzlem: $x + y + z = 0$

d) Küre: $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 1$.