

1) r yarıçaplı Σ küresinin $X(u, \vartheta) = (r \cos \vartheta \cos u, r \cos \vartheta \sin u, r \sin \vartheta)$ parametrisasyonu için E, G, F ve W değerlerini bulunuz, sonrasında U birim normalini, K Gauss eğriliğini ve H ortalama eğriliğini bulunuz.

2) Bir Morse yaması $X(u, \vartheta) = (u, \vartheta, f(u, \vartheta))$ için gösteriniz ki

$$E = 1 + f_u^2, \quad L = \frac{f_{uu}}{W}$$

$$F = f_u f_\vartheta, \quad M = \frac{f_{u\vartheta}}{W}$$

$$G = 1 + f_\vartheta^2, \quad N = \frac{f_{\vartheta\vartheta}}{W}$$

dir. Burada $|W| = \sqrt{EG - F^2} = (1 + f_u^2 + f_\vartheta^2)^{\frac{1}{2}}$. Ayrıca K ve H formüllerini hesaplayınız.

3) Bir önceki sorudaki verilere dayanarak aşağıdakileri kanıtlayınız.

a) X in görüntüsü düzlemseldir ancak ve ancak

$$f_{uu} f_{\vartheta\vartheta} - f_{u\vartheta}^2 = 0 \text{ dir.}$$

b) X in görüntüsü minimaldir ancak ve ancak

$$(1 + f_u^2) f_{\vartheta\vartheta} - 2 f_u f_\vartheta f_{u\vartheta} + (1 + f_\vartheta^2) f_{uu} = 0 \text{ dir.}$$

4) $X, -\frac{\pi}{2} < u, \vartheta < \frac{\pi}{2}$ üzerinde $X(u, \vartheta) = (u, \vartheta, \ln(\cos \vartheta) - \ln(\cos u))$

ile tanımlı yama olsun. Gösteriniz ki X in görüntüsü

$$K = \frac{-\sec^2 u \sec^2 \vartheta}{W^4} \text{ Gauss eğriliği bir minimal yüzeydir.}$$

Burada, $W^2 = 1 + \tan^2 u + \tan^2 \vartheta$ dir.

2/

5) a) M de bir X yaması için $F=0$ ise X yaması ortogonaldır deriz. Bu durumda gösteriniz ki

$$S(x_u) = \frac{L}{E} x_u + \frac{M}{G} x_v$$

$$S(x_v) = \frac{M}{E} x_u + \frac{N}{G} x_v$$

b) M de bir X yaması için $F=M=0$ ise X yaması esastır deriz. Bu durumda gösteriniz ki x_u ve x_v her nokta için esas vektörlerdir ve bunlara karşılık gelen esas eğrilikler $\frac{L}{E}$ ve $\frac{N}{G}$ dir.

6) Eğer $v = v_1 x_u + v_2 x_v$, $X(u,v)$ de M ye teget ise

$u = \frac{v}{\|v\|}$ yönündeki normal eğrilik

$$k(u) = \frac{L v_1^2 + 2M v_1 v_2 + N v_2^2}{E v_1^2 + 2F v_1 v_2 + G v_2^2}$$

olduğunu gösteriniz.