

Kovaryant Türev Alıştırmaları:

1) $p = (1, 3, -1)$ noktasında $v = (1, -1, 2)$ teget vektörü verilsin. Aşağıdaki vektör alanları için $\nabla_v W$ kovaryant türevini tanımından yararlanarak hesaplayınız:

a) $W = x^2 U_1 + y U_2$

b) $W = x U_1 + x^2 U_2 - z^2 U_3$

2) $V = -y U_1 + x U_3$ ve $W = \cos x U_1 + \sin x U_2$ olsun. Aşağıdaki kovaryant türevleri U_1, U_2, U_3 cinsinden bulunuz:

a) $\nabla_V W$

b) $\nabla_V V$

c) $\nabla_V (z^2 W)$

d) $\nabla_W V$

e) $\nabla_V (\nabla_V W)$

f) $\nabla_V (xV - zW)$

3) W vektör alanı $\|W\|$ sabit uzunluklu ise herhangi bir V vektör alanı için $\nabla_V W$ kovaryant türevinin her yerde W ya dik olduğunu gösteriniz.

4) x_1, x_2, x_3 $\mathbb{R}^3$ ün doğal koordinat fonksiyonları olmak üzere $X = \sum x_i U_i$ vektör alanı verilsin. Her V vektör alanı için $\nabla_V X = V$ olduğunu ispatlayınız.

5) W , bir regüler α eğrisini içeren bir bölgede tanımlı bir vektör alanı olsun. Bu durumda $t \rightarrow W(\alpha(t))$, α üzerinde bir vektör alanıdır. Bu vektör alanına W nun α ya kısıtlaması denir ve W_α ile gösterilir. Bu durumda $\nabla_{\alpha'(t)} W = (W_\alpha)'(t)$ olduğunu ispatlayınız.